نام و نام خانوادگی ......آترین جلیلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ..دوازدهم ریاضی A......

۱

الف) $y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \rightarrow \left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2=\left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \Rightarrow \boxed{R_f=[0,4)}$

$\rightarrow 0\leq \frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]<1 \xrightarrow{\times 2} 0\leq 2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)<2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0\leq \left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2<4$

ب) $-\sin x+\log y-4=0$

$\rightarrow \log y=\sin x+4 \rightarrow y=10^{(\sin x+4)} \xrightarrow[-1\leq \sin x\leq 1]{} y\in[10^3,10^5] \rightarrow R_f=[10^3,10^5]$

۲

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \rightarrow y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \rightarrow y^2x^2-9y^2=x^2-4 \rightarrow x^2(y^2-1)=9y^2-4$

$\rightarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}} \rightarrow \frac{9y^2-4}{y^2-1}\geq 0 \rightarrow$

y		-1		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		1	
	$+$	∄	$-$	0	$+$	0	$-$	∄	$+$

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \rightarrow y\geq 0 \rightarrow R_f=\left[0,\frac{2}{3}\right]\cup(1,+\infty)=[a,b]\cup(c,+\infty)$

$\rightarrow a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\boxed{\frac{5}{3}}$

۳

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \Rightarrow x+\frac{1}{x}\geq 0 \xrightarrow[x>0]{} x+\frac{1}{x}\geq 2$ و $2\sqrt{x+\frac{1}{x}}\geq 2\sqrt{2}$

$\rightarrow x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}\geq 2+2\sqrt{2} \rightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)=-(\sin x-3)(\sin x+1)=-(\sin^2 x-2\sin x-3)$

$=-\sin^2 x+2\sin x+3=\underbrace{-(\sin x-1)^2}_{[-4,0]}+4 \rightarrow R_f=[0,4]$

۴

$f(x)=-\frac{1}{3}x+10$

$D_f=\{1,2,3,\dots,9\}$

$f(1)=-\frac{1}{3}+10=\frac{29}{3}$, $f(7)=-\frac{7}{3}+10=\frac{23}{3}$

$f(2)=-\frac{2}{3}+10=\frac{28}{3}$, $f(8)=-\frac{8}{3}+10=\frac{22}{3}$

$f(3)=-1+10=9$, $f(9)=-3+10=7$

$f(4)=-\frac{4}{3}+10=\frac{26}{3}$

چون تابع خطی است

$f(5)=-\frac{5}{3}+10=\frac{25}{3}$, $9\times f(5)=9\times\frac{25}{3}=\boxed{75}$

$f(6)=-2+10=8$, یا $\frac{f(1)+f(9)}{2}\times 9=\boxed{75}$

۵

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c} \xrightarrow[D_f=[2,+\infty)]{\text{عبارت خطی است}} \begin{cases} a=0 & (1)\\ x=2 & (2)\\ b>0 & (3)\end{cases} \Rightarrow f(x)=\sqrt{bx+c} \overset{(2)}{=} \sqrt{b(x-2)}$

$\rightarrow f(3)=1 \rightarrow \sqrt{b}=1 \rightarrow \boxed{b=1} \xrightarrow[D_f=[2,+\infty)]{} \boxed{c=-2}$

$g(x)=\sqrt{bx^2+ax-2c}=\sqrt{(1)x^2+0-2(-2)}=\sqrt{x^2+4} \rightarrow \boxed{R_g=[2,+\infty)}$

کمترین مقدار $x^2=0$

۶

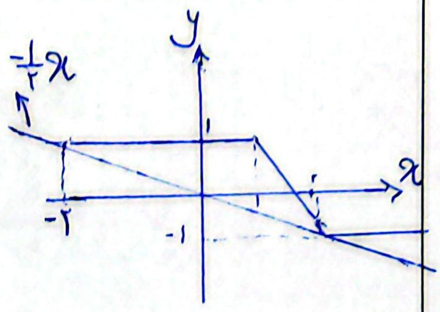
$\underbrace{|x-2|-|x-1|}_{\text{تابع آبشاری}} = kx$

با توجه به شکل تنها خطی که از مبدأ مختصات می‌گذرد و نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند خط $y=-\frac{1}{2}x$ است

$$\begin{cases} -1 & x\ge 2 \\ 3-2x & 1<x<2 \\ 1 & x\le 1 \end{cases}$$

خط $y=-\frac{1}{2}x$ با تابع آبشاری در دو نقطه $\begin{vmatrix}-2\\1\end{vmatrix}$ ، $\begin{vmatrix}2\\-1\end{vmatrix}$ برخورد دارد

$y=-\frac{1}{2}x$



۷

الف) $y=x[x]$ ، $-2\le x\le 2$

$-2\le x<-1 \Rightarrow y=-2x$

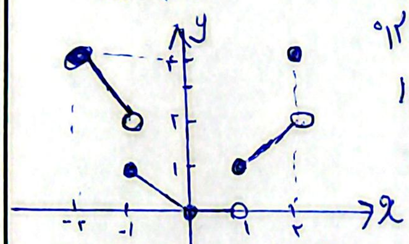
$-1\le x<0 \Rightarrow y=-x$

$0\le x<1 \Rightarrow y=0$

$1\le x<2 \Rightarrow y=x$

$x=2 \Rightarrow y=4$

$R_f=[0,4]-\{2\}$

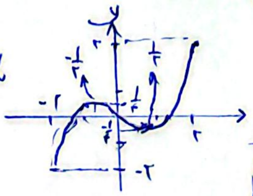


ب) $y=x|x|-x$

$x\ge 0 \Rightarrow y=x^2-x$ ، $\begin{vmatrix}x_{min}=\frac{1}{2}\\ y_{min}=-\frac{1}{4}\end{vmatrix}$

$x<0 \Rightarrow y=-x^2-x$ ، $\begin{vmatrix}x_{max}=-\frac{1}{2}\\ y_{max}=\frac{1}{4}\end{vmatrix}$

$y=x|x|-x \Rightarrow \begin{vmatrix}2\\2\end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix}-2\\-2\end{vmatrix}$

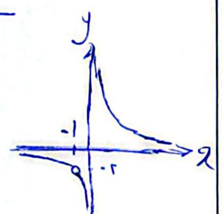


$R_f=[-2,2]$

۸

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x} \Rightarrow y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x}$

$\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$ ، $x\ne -1$ ، $x\ne 0$ ، $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{0,-1\}}$ ، $D=\mathbb{R}-\{0\}$



$\Rightarrow f(0)=$ ت ن $=\frac{2}{0}=0$ طبق نمودار $\Rightarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-\{-2,0\}}$

$\Rightarrow f(-1)=\frac{2}{-1}=-2=$ ت ن

$\Rightarrow a+b=-2+0=-2$

۹

$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1} \xrightarrow[t\ge 0]{\sqrt{x}=t} f(x)=\frac{t^2-4t+3}{t^2-2t+1}=\frac{(t-3)(t-1)}{(t-1)^2}=\frac{t-3}{t-1}$

$\Rightarrow \frac{t-3}{t-1}=y \Rightarrow ty-y=t-3 \Rightarrow t(y-1)=y-3 \Rightarrow t=\frac{y-3}{y-1}$

$\xrightarrow{t=\sqrt{x}\ge 0} \frac{y-3}{y-1}\ge 0$

	1		3	
+		−		+

$\Rightarrow R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

۱۰

$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} \xrightarrow{x\ne\pm 1} f(x)=x+2$

$D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{f(1),f(-1)\}=\mathbb{R}-\{3,1\}$

$\Rightarrow 3+1=\underline{4}$