نام و نام خانوادگی: کوروش شیرانی فر — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۴ — کلاس دوازدهم A

۱۸/۷۵

۱

الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\underbrace{\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]}_{R=[0,1)}))^2$

$\xrightarrow{\times 2} R=[0,2) \xrightarrow{\text{به توان ۲}} R_f=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0$

$\Rightarrow \log y=\sin x+4$

$-1\le \sin x\le 1 \to 3\le \sin x+4\le 5$

$\Rightarrow 3\le \log y\le 5 \to 10^3\le y\le 10^5$

$R_f=[10^3,10^5]$

۲

۲

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \to y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \Rightarrow x^2=-\frac{-9y^2+4}{y^2-1} \to x^2=\frac{9y^2-4}{y^2+1}$

$y\ge 0$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2+1}} \to$ $\begin{array}{ccccccccc} & -1 & & -\frac{2}{3} & & +\frac{2}{3} & & +1 & \\ + & & - & & + & & - & & + \end{array}$ $\to$ $R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

۱/۵

$D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,-1)\cup[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty) \Rightarrow \underbrace{a+b+c=1}_{5/3}$

(a = −1، b = 2/3، c = 1)

۳

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow{+1-1} f(x)=(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1)^2-1$

$\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow{min} \sqrt{2}$

$\xrightarrow{\text{+1 داخل پرانتز}}$ تأثیری در برد ندارد

$R_{x+\frac{1}{x}}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$min\ f(x)=2+2\sqrt{2}$

$\xrightarrow{\sqrt{}} R_{\sqrt{x+\frac{1}{x}}}=[\sqrt{2},+\infty)$ $R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} R=[2,+\infty) \xrightarrow{-1} R_f=[1,+\infty)$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)$

$3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x$

$\Rightarrow y=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$\sin x=1 \to y=-1+2+3=4$ max

$\sin x=-1 \to y=-1-2+3=0$ min

$\sin x=-\frac{b}{2a}=1 \to y=4$ $R_f=[0,4]$

۱/۵

۴

$x=1: -\frac{1}{3}+10$
$x=2: -\frac{2}{3}+10$
$x=3: -\frac{3}{3}+10$
$x=4: -\frac{4}{3}+10$
$x=5: -\frac{5}{3}+10$
$x=6: -\frac{6}{3}+10$
$x=7: -\frac{7}{3}+10$
$x=8: -\frac{8}{3}+10$
$x=9: -\frac{9}{3}+10$

$\oplus$ $90-(\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{3})=90-\frac{45}{3}=90-15=\boxed{75}$

۲

۵

$f(3)=1$, $D_f=[2,+\infty)$ $\Rightarrow \sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{x-2} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$

$g(x)=\sqrt{bx^2+ax-2c} \Longrightarrow g(x)=\sqrt{x^2+0+4}$

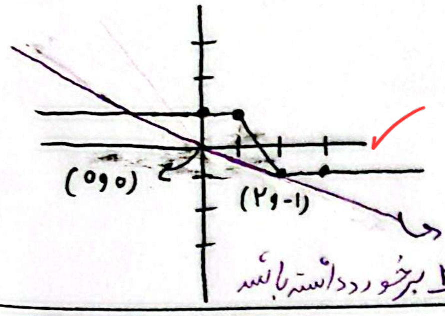
$g(x)=\underbrace{\sqrt{x^2+4}}_{R=[4,+\infty)} \xrightarrow{\sqrt{}} R_f=[2,+\infty)$

۲

۶

$y=|x-2|-|x-1|=kx$

x	0	1	2	3
y	1	1	-1	-1



$m_{kx}=\frac{0+1}{0-2}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \boxed{k=\frac{-1}{2}}$

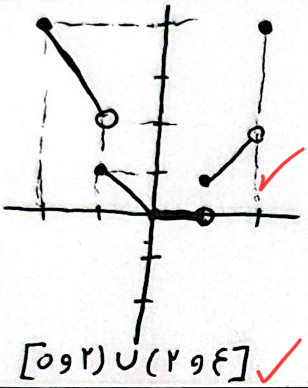
تنها حالت ممکن برای kx که بتواند ۲ برخورد داشته باشد

۲

۷

الف) $y=x[x]$

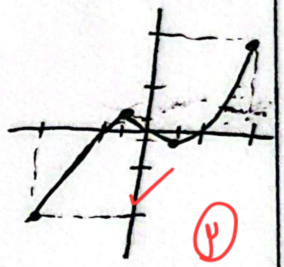
$$\begin{cases} 4 & : x=2 \\ x & : 1\leq x<2 \\ 0 & : 0\leq x<1 \\ -x & : -1\leq x<0 \\ -2x & : -2\leq x<-1 \end{cases}$$



$R_f=[0,2)\cup(2,4]$

ب) $y=x|x|-x$

$$\begin{cases} x^2-x & : x\geq 0 \\ -x^2-x & : x<0 \end{cases}$$



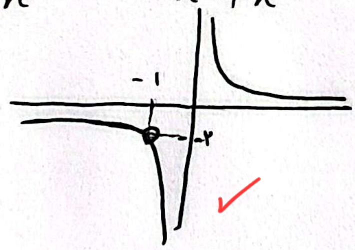
$R_f=[-2,2]$

۲

۸

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{x+1+x+1}{x^2+x}=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}$

$\xrightarrow[x\neq -1]{\text{ها را می زنیم } (x+1)} \frac{2}{x}$



$R_f=\mathbb{R}-\{\underset{a}{0},\underset{b}{-2}\}$

$a+b=0-2=\boxed{-2}$

۲

۹

$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} \xrightarrow[\sqrt{x}\neq 1 \to x\neq 1]{\text{ها را می زنیم } (\sqrt{x}-1)}$ ①

$\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

$\max_{\sqrt{x}}=+\infty \to y\simeq 1$

$\min \sqrt{x}=0 \to y=3$

$\Big\} R_f=(1,3]$

چون میدانیم x نمی تواند یک شود پس مخرج نمی تواند صفر شود پس بازه بین ۱ و ۳ است

۱ را نمی تواند در این تابع قرار بگیرد پس شرط ① برقراره

$R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$ ①

۱/۷۵

$\frac{x^2+5}{x^2+1}$ ← مثالی که مخرج صفر نشود

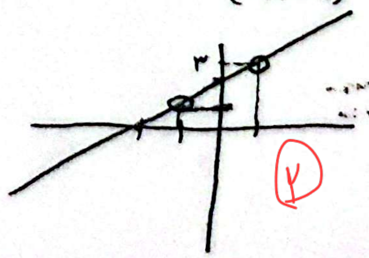
درسته که $x\neq 1$ است اما در کل مخرج توانایی صفر شدن را دارد پس بازه خارج این دو عدد است.

۱۰

$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{\cancel{(x^2-1)}\,(x+1)(x-1)} \xrightarrow[x\neq -1]{} \frac{x^2+x-2}{(x-1)}=\frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)}$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-x-2 & x+1 \\ \underline{x^3+x^2} & x^2+x-2 \\ x^2-x & \\ \underline{x^2+x} & \\ -2x-2 & \\ \underline{-2x-2} & \\ 0 \quad 0 & \end{array}$$

$\xrightarrow{x\neq 1} (x+2)$



$R_f=\mathbb{R}-\{1,3\}$

$\to 1+3=\boxed{4}$

۲