۱۴,۵ حسین شهبازی ۱-

$y=(x-2[\frac{x}{2}])^2 \to (2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2$

$\frac{x}{2} \to t \quad (2(t-[t]))^2 \quad 0 \leq t-[t] < 1 \xrightarrow{\times 2} 0 \leq 2 < 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0 \leq 2 < 4$ ۲

$R_f=[0,4)$

۲) $-\sin x + \log y - 4 = 0$

$\log y = \sin x + 4 \quad y = 10^{\sin x + 4} \quad R_f = [10^3, 10^5]$

$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad 3 \leq \sin x + 4 \leq 5$

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \qquad [a,b]\cup(c,+\infty).$ ۱,۵

$y \geq 0$

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \longrightarrow y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9}$

$x^2y^2-9y^2=x^2-4$

$x^2y^2-x^2=9y^2-4 \qquad x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1}$

$x^2(y^2-1)=9y^2-4 \qquad x=\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}}$

$\frac{9y^2-4}{y^2-1} \geq 0$

$-1 \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$

$R_f = [-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$

$\underbrace{a+b+c}_{0,3} \to -\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+1=1$

$R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

۳-

۱

$f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} \rightarrow t^2 + 2t$ ~~(0)~~

$\sqrt{x+\frac{1}{x}} = t$ $\xrightarrow{min} \sqrt{2}$ $\xrightarrow{max} \infty$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(2)}{2} = -1$

$\sqrt{x+\frac{1}{x}} \neq -1$

$R_f = [0, +\infty)$ چون متغیر ما نمی‌تواند منفی باشد

$R_f = [2+2\sqrt{2}, +\infty)$

$y = (3-\sin x)(1+\sin x) = 3 + 3\sin x - \sin x - \sin^2 x$

$3 + 2\sin x - \sin^2 x \rightarrow -\sin^2 x + 2\sin x + 3$ $\xrightarrow{1} 4$, $\xrightarrow{-1} 0$, $\rightarrow 4$ $R_f = [0, 4]$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1$ $\frac{-b}{2a}$

۴-

۱,۷۵

دنباله حسابی

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10$

$D_f = [1, 9]$

$R_f = \left\{\frac{29}{3}, \frac{28}{3}, 9, \frac{26}{3}, \frac{25}{3}, 8, \frac{23}{3}, \frac{22}{3}, 7\right\}$

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$x=1 \rightarrow \frac{29}{3}$ $x=3 \rightarrow 9$ $x=6 \rightarrow 8$

$x=9 \rightarrow 7$ $x=4 \rightarrow \frac{26}{3}$ $x=7 \rightarrow \frac{23}{3}$

$x=2 \rightarrow \frac{28}{3}$ $x=5 \rightarrow \frac{25}{3}$ $x=8 \rightarrow \frac{22}{3}$

$\cancel{\frac{54}{3}} + 9 + 8 + 7 = 29,1$

51

$S = \frac{9}{2}\left(\frac{21}{3} + \frac{29}{3}\right) = 75$

۵-

۰,۲۵

$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ $D_f = [2, +\infty)$ تابع خطی با شیب مثبت $\rightarrow a = 0$

$f(3) = 1$

$f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$

$f(2) = 0$, $f(3) = 1$ $\} \rightarrow b = 1$ $c = -2$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$

معادله زیر رادیکال ریشه ندارد و $a<0$ است

$g(x) = \sqrt{-4x^2 + x - 8} \rightarrow \frac{-\Delta}{4a}$ پس همواره منفی است و برد آن $\varnothing$ است

$\frac{1 - 4(-4)-8}{4(-4)} = \frac{1-128}{-16} = \frac{-127}{-16} = -\frac{127}{16}$

$R_f = \{\varnothing\}$

$g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

$R_g = [2, +\infty)$

-۹

$f(x)=\frac{x-\text{٤}\sqrt{x}+\text{٣}}{x-\text{٢}\sqrt{x}+\text{١}} \longrightarrow \frac{t^{\text{٢}}-\text{٤}t+\text{٣}}{t^{\text{٢}}-\text{٢}t+\text{١}} \longrightarrow \frac{(t-\text{٣})\cancel{(t-\text{١})}}{(t-\text{١})\cancel{(t-\text{١})}}$ $y=\frac{t-\text{٣}}{t-\text{١}}$ ✓ فرم $\frac{a\square+b}{c\square+d}$ ①

$\sqrt{x}=t$

$D_f=\mathbb{R}-\{\text{١}\}$

$ty-y=t-\text{٣}$ $ty-t=y-\text{٣}$

$t(y-\text{١})=y-\text{٣}$ $t=\frac{y-\text{٣}}{y-\text{١}}$ $\boxed{y\neq\text{١}}$

$\square \begin{cases} min=\text{٠} \rightarrow \text{٣} \\ max=\infty \rightarrow \text{١} \end{cases}$

مخرج توانایی صفرشدن دارد پس خارج دو عدد $\longrightarrow R_f=(-\infty,\text{١})\cup[\text{٣},+\infty)$

-۱۰

$f(x)=\frac{x^{\text{٣}}+\text{٢}x^{\text{٢}}-x-\text{٢}}{x^{\text{٢}}-\text{١}}=\frac{\cancel{(x^{\text{٢}}-\text{١})}(x+\text{٢})}{\cancel{x^{\text{٢}}-\text{١}}}=x+\text{٢}$ $\begin{cases} x=\text{١} \rightarrow \text{٣} \\ x=-\text{١} \rightarrow \text{١} \end{cases}$ ②

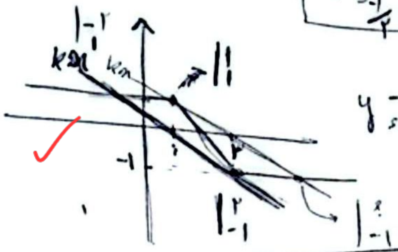
$D_f=\mathbb{R}-\{\pm\text{١}\}$

$R_f=\mathbb{R}-\{\text{٣},\text{١}\}$ ✓ $\boxed{\text{٣}+\text{١}=\text{٤}}$ ✓

-۶

$|x+2|-|x-1| = kx$

$kx \xrightarrow{x=1} \boxed{k=\frac{1}{2}}$



$y=\frac{x}{2}$ $\begin{cases} x=2 \to \frac{2}{2}=1 \\ x=-2 \to \frac{-2}{2}=-1 \end{cases}$

۲

-۷

$y=x[x]$ نمودار

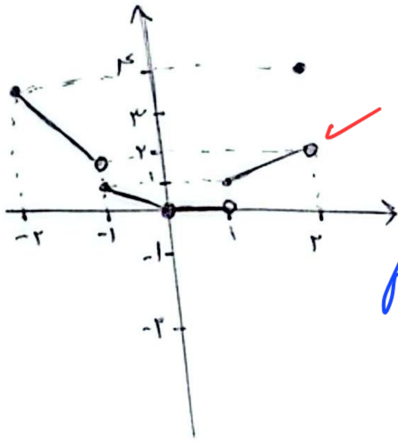
$-2\leq x<-1 \to -2x$

$-1\leq x<0 \to -x$

$0\leq x<1 \to 0$

$1\leq x<2 \to x$

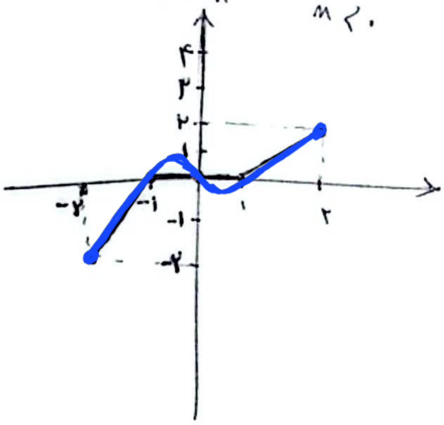
$x=2 \to 4$



$R_f=[0,4]-\{2\}$

۱

ب) $x|x|-x$ $\begin{cases} x^2-x & x\geq 0 \\ -x^2-x & x<0 \end{cases}$



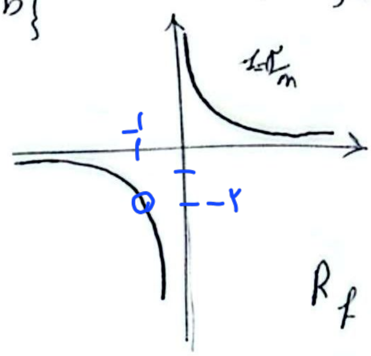
$R_f=[-2,2]$

-۸

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x} \to \frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x(x+1)} = \frac{x+1+x}{x^2+x}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{2x+2}{x^2+x}$

$R_f=\mathbb{R}-\{a,b\}$ $\quad x\neq 0,-1$

$\frac{2\cancel{(x+1)}}{x\cancel{(x+1)}}=\frac{2}{x}$



$R_f=\mathbb{R}-\{0\}$

$x=-1 \to \frac{2}{-1}=-2$ چون $x=-1$ جزو دامنه نیست در برد وجود ندارد

$R_f=\mathbb{R}-\{-2,0\}$

۲

$a=-2$, $b=0$ $\quad a+b \Rightarrow \boxed{-2+0=-2}$