آرمین نوری

۱) الف) $\underbrace{(2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2}_{[0,1)}$ $\quad 2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]) \to [0,2) \quad (2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2$

$R_f=[0,4)$

ب) $\log y = \sin x + 4 \qquad -1\le \sin x \le 1 \qquad 3\le \sin x + 4 \le 5$

$3\le \log y \le 5 \qquad 10^3 \le y \le 10^5 \qquad R_f=[10^3,10^5]$

۲- $\frac{a\square+b}{c\square+d} \qquad \square = x^2 \to x^2 \begin{cases} \xrightarrow{min} 0 \\ \xrightarrow{max} +\infty \end{cases} \qquad \frac{x^2-4}{x^2-9} \to \begin{cases} x^2=0 \to \frac{4}{9} \\ x^2=+\infty \to 1 \end{cases}$

مخرج می تواند صفر شود

$\sqrt{(-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)} \longrightarrow R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty) \qquad c=1 \quad b=\frac{2}{3} \quad a=0$

$a+b+c=\frac{5}{3}$

۳- الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \to f(x)=\underbrace{(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1)^2}_{(1,+\infty)}-1 \Rightarrow R_f=(0,+\infty)$

ب) $y=-(\sin x-3)(\sin x+1) \to y=-\sin^2 x+2\sin x+3 \to y=a\square^2+b\square+c$

$\square=\sin x \qquad \sin x \begin{cases} \xrightarrow{min} -1 \longrightarrow -1-2+3=0 \\ \xrightarrow{max} +1 \longrightarrow -1+2+3=4 \\ \xrightarrow{-b/2a} \frac{-2}{-2}=1 \to 4 \end{cases} \qquad R_f=[0,4]$

۴- $f(x)=-\frac{1}{3}x+10 \qquad D_f=\{1,2,3,4,\dots,9\} \to R_f=\{\frac{29}{3},\frac{28}{3},\frac{27}{3},\dots,\frac{21}{3}\}$

$x=1 \to y=\frac{29}{3} \qquad \frac{21}{3}+\frac{22}{3}+\frac{23}{3}+\dots+\frac{29}{3}=9\times\frac{\frac{29}{3}+\frac{21}{3}}{2}=9\times\frac{25}{3}=75$

$x=2 \to y=\frac{28}{3}$

$\vdots$

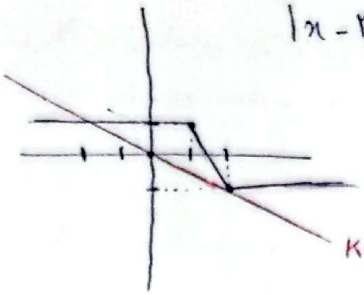
۵- $D_f \to$ ۲ $\quad - \ +$ $\qquad a=0 \qquad f(x)=\sqrt{bx+c} \to \begin{cases} 2b+c=0 \\ 3b+c=1 \end{cases} \to b=1 \quad c=-2$

$a=0$

$g(x)=\sqrt{x^2+4} \to x^2+4 \to [4,+\infty) \Rightarrow \sqrt{[4,+\infty)} \Rightarrow R_f=[2,+\infty)$

	۱	۲
$۲-x+x-۱$	$۲-x-x+۱$	$x-۲-x+۱$
۱	$-۲x+۲$	-۱

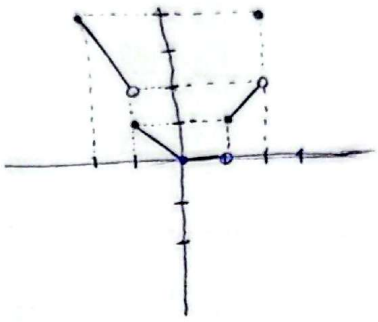
$|x-۲|-|x-۱| = -\frac{۱}{۲}x$



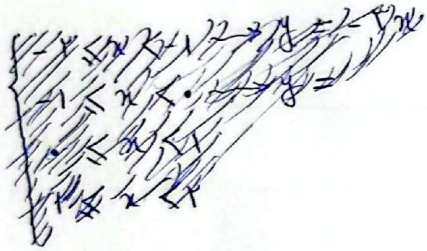
$Kx \longrightarrow (۲,-۱)$ $\quad ۲K=-۱$ $\quad K=-\frac{۱}{۲}$

۷-

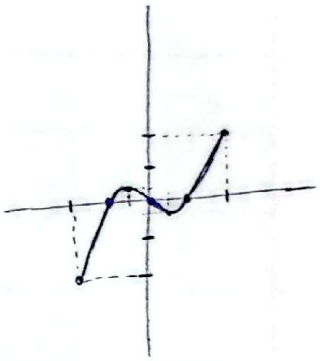
الف)
$$\begin{cases} -۲\le x<-۱ \longrightarrow y=-۲x \\ -۱\le x<۰ \longrightarrow y=-x \\ ۰\le x<۱ \longrightarrow y=۰ \\ ۱\le x<۲ \longrightarrow y=x \end{cases}$$



ب)



$-x^۲-x \mid x^۲-x$



۸-

$$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x} \longrightarrow \frac{x+۱+x+۱}{x^۲+x}=\frac{۲x+۲}{x^۲+x}=\frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)}=\frac{۲}{x}$$

$D_f = R-\{۰,-۱\}$ $\quad x=-۱ \longrightarrow y=-۲$

$R_f = R-\{۰,-۲\} \longrightarrow a+b=-۲$

۹-

$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱} \longrightarrow \frac{(\sqrt{x}-۳)(\sqrt{x}-۱)}{(\sqrt{x}-۱)^۲}=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \longrightarrow \frac{a\square+b}{c\square+d}$$

$\square=\sqrt{x}$ — min: $۰ \longrightarrow ۳$; max: $+\infty \longrightarrow ۱$

$(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

$x^۳+۲x^۲-x-۲ \mid x-۱$

$-x^۳+x^۲$

$۳x^۲-x-۲$

$-۳x^۲+۳x$

$۲x-۲$

$۲x-۲$

۰

$x^۲+۳x+۲$

$$\frac{(x-۱)(x+۱)(x+۲)}{(x-۱)(x+۱)}=x+۲$$

۱۰- $D_f = R-\{\pm۱\}$

$x=۱ \longrightarrow y=۳$

$x=-۱ \longrightarrow y=۱$

$R_f = R-\{۱,۳\}$ $\quad ۳+۱=۴$