۱۲ سپهر A　　　　تکلیف ۴　　　　پرهام محبی

Subject:　　　　　　　　　　Date :

۱) الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2=4(\underbrace{\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]}_{[۰,۱)})^2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۰\le(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2<۱ \xrightarrow{\times ۴} ۰\le ۴(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2<۴ \rightsquigarrow R_y=[۰,۴)$

ب) $-\sin x+\log y-۴=۰ \longrightarrow \log y=\underbrace{\sin x}+۴$

$-۱\le\sin x\le۱ \xrightarrow{+۴} ۳\le\sin x+۴\le۵ \longrightarrow ۳\le\log y\le۵ \longrightarrow \log 10^۳\le\log y\le\log 10^۵ \longrightarrow 10^۳\le y\le10^۵ \rightsquigarrow R_y=[10^۳,10^۵]$ 5

۲) $f(x)=\sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}$

$\text{Max } x^۲ \to +\infty \longrightarrow \frac{+\infty-۴}{+\infty-۹}=۱$

$\text{min } x^۲\ ۰ \longrightarrow \frac{۰-۴}{۰-۹}=\frac{۴}{۹}$

یا $[-\infty,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)$

مخرج را ریشه‌دار ⇐ بازه را خارج ۲ کرد، $(۰,\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty)$

$a=۰\ \ b=\frac{۲}{۳}\ \ c=۱ \xrightarrow{+} \boxed{\frac{۵}{۳}}$

۳) الف) $f(x)=x+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{\underbrace{x+\frac{۱}{x}}_{\text{معلوم } x>۰}} \to x+\frac{۱}{x} \longrightarrow R=[۲,+\infty)$

فرض: $a+\frac{۱}{a} \xrightarrow{a>۰} R=[۲,+\infty)$ 10

$\text{Min } x+\frac{۱}{x} \xrightarrow{۲} ۲+۲\sqrt{۲} \longrightarrow R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$

ب) $y=(۳-\sin x)(۱+\sin x)=۳+۳\sin x-\sin x-\sin^۲x=-\sin^۲x+۲\sin x+۳$

$x=۰\to۳$

$x=-۱\to۰$

$x=\frac{-b}{۲a}\to۱ \qquad x=۱\to۴$

$R_y=[۰,۴]$

۴) $f(x)=-\frac{x}{۳}+۱۰$

$D_{f(x)}=\{۱,۲,\dots,۹\} \to f(۱)=-\frac{۱}{۳}+۱۰ \quad \vdots \quad f(۹)=-\frac{۹}{۳}+۱۰$

در مجموع ۹ بار عدد ۱۰ داریم که باید از آن $\frac{-۱+(-۲)+\dots+(-۹)}{۳}$ را کم کرد ⇐ $۹\times۱۰-۱۵=\boxed{۷۵}$ 5

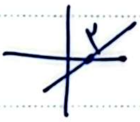
$\frac{۹\times۱۰}{۲}=۴۵ \xrightarrow{\div۳} -۱۵$

۵) $f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$

$x=۲\to y=۰ \rightsquigarrow ۲b+c=۰$

$f(۳)=۱\longrightarrow ۳b+c=۱ \longrightarrow b=۱\ \ c=-۲\ \ a=۰$

$D_f=[۲,+\infty)$ } مرز زیر رادیکال



$a=۰$
$b>۰$

$g(x)=\sqrt{bx^۲+ax-۲c}=\sqrt{x^۲+۴}$] $\text{min } x^۲$

$R_g=[۲,+\infty) \longleftarrow ۲=\sqrt{۰+۴}$ 20

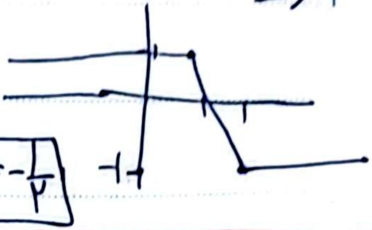
۶-

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

ریشه $\Rightarrow$ ۲و۱ — از مبدا می‌گذرد

$$\begin{cases} x>۲ \rightarrow x-۲-x+۱=-۱ \\ ۲>x>۱ \rightarrow -x+۲-x+۱=-۲x+۳ \\ ۱>x \rightarrow -x+۲+x-۱=۱ \end{cases}$$

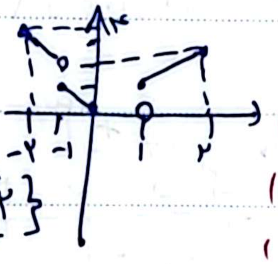
$f(x)=kx \quad f(۲)=-۱ \longrightarrow ۲k=-۱ \rightarrow \boxed{k=-\frac{۱}{۲}}$



۷-

الف) $y=x[x]$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲	۰/۵	۱/۵
y	۴	۱	۰	۱	۴	۰	۱/۵

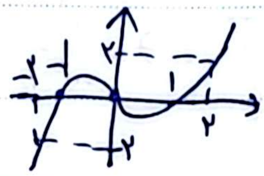


$R_y=[۰,۴]-\{۲\}$

ب) $y=x|x|-x$

$x\geq ۰ \Rightarrow x^۲-x$

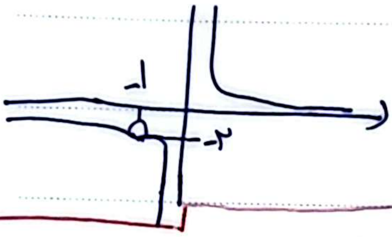
$x<۰ \Rightarrow -x^۲-x$



$R_y=[-۲,۲]$

۸-

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x}=\frac{۲x+۲}{x^۲+x}=\frac{۲}{x} \longrightarrow$ ریشه مخرج: $x\neq -۱$



$R_y=R-\{۰,-۲\} \rightarrow a+b=\textcircled{-۲}$

۹-

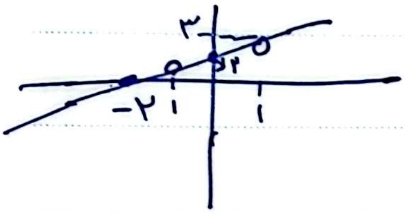
$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱}=\frac{\cancel{(\sqrt{x}-۱)}(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-۱)^{\cancel{۲}}}=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \begin{cases} \xrightarrow{۰} \frac{۰-۳}{۰-۱}=۳ \\ \xrightarrow[+\infty]{} \frac{\infty-۳}{\infty-۱}=۱ \end{cases}$$

ریشه مخرج $\Rightarrow x\neq ۱$ خارج $\Longrightarrow (-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)=R_f$

۱۰-

$$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}=\frac{\cancel{(x-۱)}\cancel{(x+۱)}(x+۲)}{\cancel{(x-۱)}\cancel{(x+۱)}}=x+۲$$

$x\neq \pm ۱ \Leftarrow$ ریشه مخرج



$R_f=R-\{۱,۳\} \rightarrow ۱+۳=\textcircled{۴}$