نام و نام خانوادگی .....آرین [illegible] فولادگران..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس .....دوازدهم پسر A.....

۱

$y = \left(x - ۲\left[\frac{x}{۲}\right]\right)^۲ \qquad \left(۲\left(\underbrace{\frac{x}{۲} - \left[\frac{x}{۲}\right]}_{۰ \le \quad < ۱}\right)\right)^۲ \Rightarrow ۰ \le x - ۲\left[\frac{x}{۲}\right] < ۲$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \boxed{۰ \le y < ۴}$

ب) $e^{\log y} = \sin x + ۴ \Rightarrow -۱ \le \sin x \le ۱ \xrightarrow{+۴} +۳ \le \sin x + ۴ \le ۵$

$\Rightarrow ۳ \le \log_{۱۰} y \le ۵ \Rightarrow ۱۰^۳ \le y \le ۱۰^۵ \qquad R_f = [۱۰^۳, ۱۰^۵]$

۲

$\sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}} \qquad +\infty \rightarrow ۱ \qquad ۰ \rightarrow \frac{۴}{۹} \qquad \Rightarrow \sqrt{\left(-\infty, \frac{۴}{۹}\right] \cup (۱, +\infty)}$

$= \left[\underset{a}{۰}, \underset{b}{\frac{۲}{۳}}\right] \cup (\underset{c}{۱}, +\infty) \qquad a+b+c = ۰ + \frac{۲}{۳} + ۱ = \boxed{\frac{۵}{۳}}$

۳

الف) $x + \frac{۱}{x} + ۲\sqrt{x + \frac{۱}{x}} \xrightarrow{x+\frac{۱}{x}=y} y + ۲\sqrt{y} + ۱ - ۱$

$\Rightarrow (\sqrt{y}+۱)^۲ - ۱ \xrightarrow{x+\frac{۱}{x} \ge ۲,\ x+\frac{۱}{x} \le -۲} \sqrt{(-\infty, -۲] \cup [۲, +\infty)} = [\sqrt{۲}, +\infty) \xrightarrow{+۱}$

$[\sqrt{۲}+۱, +\infty) \xrightarrow{\text{توان دو}} [۳+۲\sqrt{۲}, +\infty) \xrightarrow{-۱} [۲+۲\sqrt{۲}, +\infty) \rightarrow$ جواب

ب) $۳ + ۳\sin x - \sin x - \sin^۲ x = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

$\xrightarrow{\min} -۱ \rightarrow ۰ \qquad R_f = [۰, ۴]$

$\xrightarrow{\max} +۱ \rightarrow ۴$

$\xrightarrow{\frac{-b}{۲a}} ۱ \rightarrow ۴$

۴

$۱ \rightarrow -\frac{۱}{۳} + ۱۰$

$۲ \rightarrow -\frac{۲}{۳} + ۱۰$

$۳ \rightarrow -\frac{۳}{۳} + ۱۰$

$۴ \rightarrow -\frac{۴}{۳} + ۱۰$

$۵ \rightarrow -\frac{۵}{۳} + ۱۰$

$۶ \rightarrow -\frac{۶}{۳} + ۱۰$

$۷ \rightarrow -\frac{۷}{۳} + ۱۰$

$۸ \rightarrow -\frac{۸}{۳} + ۱۰$

$۹ \rightarrow -\frac{۹}{۳} + ۱۰$

$\left(-\frac{۱}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۲}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۳}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۴}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۵}{۳}+۱۰\right)$

$+ \left(-\frac{۶}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۷}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۸}{۳}+۱۰\right) + \left(-\frac{۹}{۳}+۱۰\right)$

$۹ \times ۱۰ - \frac{(۱+۲+۳+\cdots+۹)}{۳} = ۹۰ - \cancel{\frac{۴۵}{۳}}^{۱۵} = \boxed{۷۵}$

۵

$h(x) = \sqrt{ax^۲ + bx + c} \qquad \sqrt{\left[-\frac{b}{۲a}, +\infty\right)} \qquad \sqrt{-\frac{b}{۲a}} = ۲ \Rightarrow -\frac{b}{۲a} = ۴ \Rightarrow \boxed{b = -۸a}$

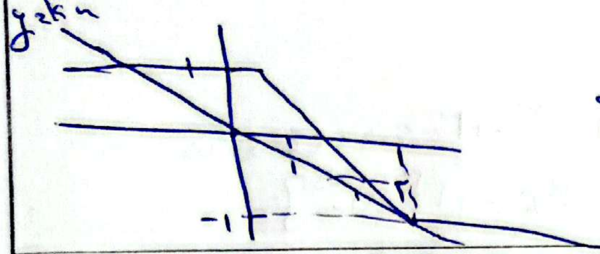
$g(x) = \sqrt{\underbrace{bx^۲ + ax - ۲c}_{P}} \Rightarrow \left(-\infty, \frac{-a}{۲b}\right] = R_P \Rightarrow \sqrt{\left(-\infty, \frac{-a}{۲b}\right]}$

$\left[۰, \sqrt{\frac{-a}{۲\underset{-۸a}{b}}}\right] \qquad \frac{+a}{+۱۶a} \Rightarrow \left[۰, \sqrt{\frac{۱}{۱۶}}\right] \Rightarrow R_{f(x)} = \left[۰, \frac{۱}{۴}\right]$

۶

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

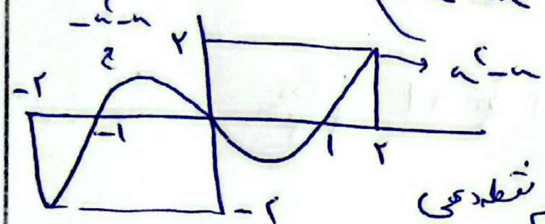
$x=۲$ $x=۱$



$y=kx \xrightarrow{A|^{۲}_{-۱}} -۱=۲k \Rightarrow k=-\frac{۱}{۲}$

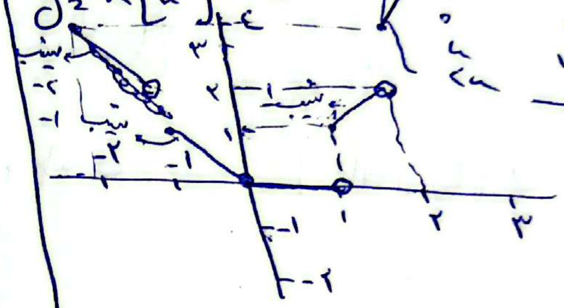
۷

$y=x|x|-x=\begin{cases} x^۲-x & x\geq ۰ \\ -x^۲-x & x<۰ \end{cases}$



اعداد را با نقطه‌دهی بدست می‌آوریم

$y=x[x]=\begin{cases} -۲x & -۲\leq x<-۱ \\ -x & -۱\leq x<۰ \\ ۰ & ۰\leq x<۱ \\ x & ۱\leq x<۲ \\ ۲x & ۲\leq x<۳ \end{cases}$



۸

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x}=\frac{x+۱+x+۱}{x^۲+x}=\frac{۲\cancel{(x+۱)}}{x\cancel{(x+۱)}}$

$\xrightarrow{x\neq -۱} y=\frac{۲}{x}$ $R-\{\frac{x}{۲},-۲\}\Rightarrow R-\{۰,-۲\}$

$-۱\to -۲\to$.

۹

$f(x)=\frac{(\sqrt{x}-۳)\cancel{(\sqrt{x}-۱)}}{\cancel{(\sqrt{x}-۱)}(\sqrt{x}-۱)}\xrightarrow{\sqrt{x}\neq ۱} f(x)=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱}$

$\Rightarrow \xrightarrow{min} ۰ \to ۳$ $(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

$\xrightarrow{max} +\infty \to ۱$

۱۰

$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}=\frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-۱}=\frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{x^۲-۱}}$

$\xrightarrow{x^۲-۱\neq ۰} f(x)=x+۲$ $\xrightarrow{+۱} ۳$, $\xrightarrow{-۱} ۱$ $\Rightarrow R_f=R-\{۱,۳\}$