۱۷٫۵

نام و نام خانوادگی ...دانیال مقدسی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس دوازدهم پسر A......

۱

الف) $y=\left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \xrightarrow{\frac{x}{2}=t} y=4(t-[t])^2$

$0\le t-[t]<1 \to 0\le (t-[t])^2<1 \to 0\le 4(t-[t])^2<4$ $\boxed{R_f=[0,4)}$

ب) $\log y=\sin x+4 \to y=10^{\sin x+4}$

$-1\le \sin x\le 1 \to 3\le \sin x+4\le 5$

$10^3\le \sin x+4\le 10^5 \to 1000\le \sin x+4\le 100000$ $\boxed{R_f=[1000,100000]}$

۲

۲

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \to \frac{x^2-4}{x^2-9}=y^2 \to x^2=-\frac{-9y^2+4}{y^2-1}=\frac{9y^2-4}{y^2-1}$

(blue) $y\ge 0$

$x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}}$ $\frac{9y^2-4}{y^2-1}\ge 0 \to \frac{(3y-2)(3y+2)}{(y-1)(y+1)}\ge 0$

Sign chart: -1, $-\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1: $+$ | $-$ | $+$ | $-$ | $+$

$R_f=(-\infty,-1)\cup[\underbrace{-\tfrac{2}{3}}_{a},\underbrace{\tfrac{2}{3}}_{b}]\cup(\underbrace{1}_{c},+\infty)$ → (blue) $R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$a+b+c=-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+1=\boxed{1}$ (blue) $a+b+c=\frac{5}{3}$

۱

۳

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}=t+2\sqrt{t}$

$t\to(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$t\ge 0\to[2,+\infty)$

$\max t=+\infty \to f(x)=+\infty$

$\min t=2 \to f(x)=2+2\sqrt{2}$

$-\frac{b}{2a}=-1$ ×

$\boxed{R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)}$

ب) $f(x)=3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x=-\sin^2 x+2\sin x+3=-z^2+2z+3$

$-1\le z\le 1$

$\max z=1 \to f(x)=4$

$\min z=-1 \to f(x)=0$

$-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{-2}=1 \to f(x)=4$

$\boxed{R_f=[0,4]}$

۲

۴

$D_f \to R_f$

$1 \to \frac{29}{3}$

2

3

4

5

6

7

8

$9 \to \frac{21}{3}$

$S_{21,29}=\frac{(21+22+\dots+29)}{3}=\frac{9\times 21+(1+\dots+8)}{3}=3\times 21+12=\boxed{75}$ (above $(1+\dots+8)$: 36)

۲

۵

$f(x)$ sign chart: at 2: $-$ | $+$ $\to a=0 \to f(x)=\sqrt{bx+c}$

$f(3)=\sqrt{3b+c}=1 \to 3b+c=1$

$f(2)=\sqrt{2b+c}=0 \to 2b+c=0$

$b=1 \quad c=-2$

$g(x)=\sqrt{bx^2-2c}=\sqrt{x^2+4}$

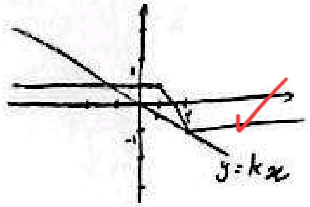
$y=bx^2-2c \to ext\Big|_{\sqrt{-2c}}^{0}=\sqrt{4}=2$ → (blue) رادیکال اینجا اعمال شده

$R_g=\sqrt{[2,+\infty)}=\boxed{[\sqrt{2},+\infty)}$ (blue) $R_g=[2,+\infty)$

۱٫۷۵

۶

$y=|x-2|-|x-1|$



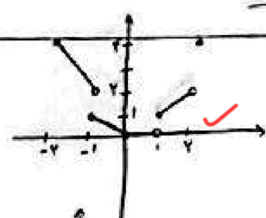
$y=kx \to (0,0)\ \ (2,-1) \to k=\frac{0+1}{0-2}=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x$

(۲)

۷

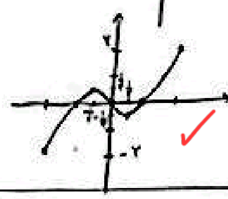
الف) $f(x)=\begin{cases}-2\leq x<-1 & -2x\\ -1\leq x<0 & -x\\ 0\leq x<1 & 0\\ 1\leq x<2 & x\\ x=2 & 2x\end{cases}$



$R_f=\mathbb{R}-\{2\}$

$R_f=[0,4]-\{2\}$

ب) $f(x)\begin{cases}x\geq 0 & x^2-x\\ x\leq 0 & -x^2-x\end{cases}$



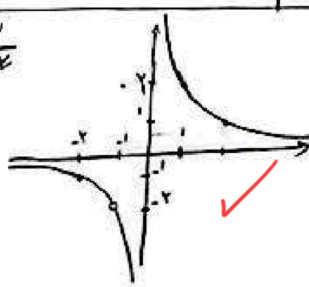
$R_f=[-2,2]$

(۱٫۷۵)

۸

$y=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2}{x}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,0\}$



$R_f=\mathbb{R}-\{\underset{a}{-2},\underset{b}{0}\}$

$a+b=-2+0=-2$

(۲)

۹

$f(x)=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}=y \to \sqrt{x}=-\frac{-y+3}{y-1}=\frac{y-3}{y-1}$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

y:		1		3	
	+	⊘	−	0	+

$\sqrt{x}=\frac{y-3}{y-1}\geq 0$

$x=\left(\frac{y-3}{y-1}\right)^2 \to \mathbb{R}-\{1\}$

$R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

$R_f:[0,+\infty)-\{1\}$ مقابل رادیکال همواره مثبت

(۱)

۱۰

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,1\}$

$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{(x+2)(x^2-1)}{x^2-1}=x+2$

حفرات $\to x=1 \to y=3$

$\quad\ \ \to x=-1 \to y=1$

$3+1=4$

(۲)