

الف) $y = (2 - \sqrt{x})^2 = (2 + \sqrt{x} - \sqrt{x})^2 = (2 + \sqrt{x} - \sqrt{x})^2 \rightarrow 0 \leq \sqrt{x} - [\sqrt{x}] < 1$
 $\sqrt{x} - [\sqrt{x}] \in [0, 1) \xrightarrow{\times 4} 0 \leq 4(\sqrt{x} - [\sqrt{x}])^2 < 4 \rightarrow R_y = [0, 4)$

ب) $2 - \sin x + \log y - 4 = 0 \rightarrow \log y = \sin x + 2 \rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{+2} 1 \leq \sin x + 2 \leq 3$
 $\rightarrow 1 \leq \log y \leq 3 \rightarrow 10^1 \leq \log y \leq 10^3 \rightarrow 10 \leq y \leq 10^3 \rightarrow R_y = [10, 10^3]$

$f(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{x^2-9}}$ $\frac{2x-4}{x^2-9}$ یکبار بیشتر مقدار $x \rightarrow +\infty \rightarrow \frac{+\infty-4}{+\infty-9} = 1$
 یکبار کمتر مقدار $x \rightarrow 0 \rightarrow \frac{0-4}{0-9} = \frac{4}{9}$

$[-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty) \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$

چون مغربه ریشه دارد پس بازه برد خارج
 این دو عدد است و چون با بینهایت به یک می رسد

$a=0, b=\frac{2}{3}, c=1$
 $a+b+c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{2 + \frac{1}{x}}$ دامنه زیر رادیکال $2 + \frac{1}{x} \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ یا $x < 0$
 طبق قانون $a + \frac{1}{a} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} R = [2, +\infty)$
 اکنون کمتر مقدار $\rightarrow 2 + 2\sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$
 $\sin x \in [-1, 1] \rightarrow y \in [0, 4] \rightarrow R_y = [0, 4]$

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10$ $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $f(1) = -\frac{1}{3} + 10 = \frac{29}{3}$ $f(2) = -\frac{2}{3} + 10 = \frac{28}{3}$ $f(3) = -1 + 10 = 9 = \frac{27}{3}$ $f(4) = -\frac{4}{3} + 10 = \frac{26}{3}$ $f(5) = -\frac{5}{3} + 10 = \frac{25}{3}$
 $f(6) = -2 + 10 = 8 = \frac{24}{3}$ $f(7) = -\frac{7}{3} + 10 = \frac{23}{3}$ $f(8) = -\frac{8}{3} + 10 = \frac{22}{3}$ $f(9) = -3 + 10 = 7 = \frac{21}{3}$
 $f(1) + f(2) + \dots + f(9) = \frac{29+28+27+26+25+24+23+22+21}{3} = \frac{225}{3} = 75$

باقیه به اینکه دامنه از 2 به بعد است و زیر رادیکال باید + باشد پس مایه
 معادله خط داریم $a=0, b=1, c=-2$
 $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ $2b+c=0 \rightarrow 2b+c=0$ $3b+c=1 \rightarrow b=1, c=-2$
 از 2 به بعد $b=1, c=-2$
 حاصل صفر $f(x)=1$

$g(x) = \sqrt{bx^2 + ax - 2c} = \sqrt{x^2 + 4}$ $\rightarrow R_g = [2, +\infty)$
 برابر با 2 است
 و چون تابع $\sqrt{\quad}$ پس برد از 2 به بعد است

$|x-2| - |x-1| = kx$

این خط از مبدأ می گذرد

در دو نقطه تابع ما را قطع کند

پس باید $-1 \leq k \leq 1$

بقا

$|x-2| - |x-1|$ را رسم کرده

x	$2-x-1+x$	$2-x-2+1$	$2-2-x+1$
$x < 1$	1	$-x+1$	-1
$1 \leq x < 2$	1	$-x+1$	-1
$x \geq 2$	1	$-x+1$	-1

گراف kx و $|x-2| - |x-1|$ را رسم کردیم

$f(x) = kx$
 $f(2) = -1$
 $\rightarrow 2k = -1 \rightarrow k = -\frac{1}{2}$

الف) $y = 2[x]$

$x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -4$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -2$

$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2$

$x = 2 \rightarrow y = 4$

گراف $y = 2[x]$ را رسم کردیم

$R_y = [0, 4] - \{2\}$

ب) $y = x|x| - x$

$x \geq 0 \rightarrow x^2 - x = y$

$x < 0 \rightarrow -x^2 - x = y$

گراف $y = x|x| - x$ را رسم کردیم

$R_y = [-2, 2]$

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{x^2+x}{x^2+x} = \frac{x(x+1)}{x(x+1)} = \frac{1}{x}$

ساده کردیم ولی باید مواظب باشیم
 به نقطه $x = -1$ باشد که در شکل
 جای ندارد چون مخرج را صفر
 می کند.

گراف $y = \frac{1}{x}$ را رسم کردیم

$R_y = R - \{0, -2\}$ $\rightarrow a + b = 0 + (-2) = -2$

$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 4\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

کمترین مقدار $\frac{0-3}{0-1} = 3$

بیشترین مقدار $\frac{+\infty-3}{+\infty-1} = 1$

چون ریشه دارد پس برد خارج x عدد

$(-\infty, 1) \cup [3, +\infty) = R_f$

چون به نایب بوده باز است

$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)} = x+2$

مواظب باشیم که
 $x = -1$ و $x = 1$ در دامنه نیست.

گراف $y = x+2$ را رسم کردیم

$R_f = R - \{1, 3\}$

$1 + 3 = 4$