

۱

$$x^2 = \begin{cases} \max & +\infty \rightarrow f(x) = 1 \\ \min & 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{مفج صفری شود}} R_f = \sqrt{(-\infty, \frac{1}{3}] \cup (1, +\infty)} \\ = [0, \frac{1}{3}] \cup (1, +\infty)$$

۲

$$\rightarrow a+b+c = 0 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$\text{الف) } t = \sqrt{x+\frac{1}{x}} \Rightarrow f(x) = t^2 + 2t \quad \begin{cases} t_{\min} = 0 \rightarrow f(x) = 0 \quad \times \\ t_{\max} = \sqrt{2} \rightarrow f(x) = 2 + 2\sqrt{2} \\ -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow f(x) = -1 \quad \times \end{cases} \rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

$t > 0 \rightarrow f(x) > 0$

۳

$$\text{ب) } y = -\sin^2 x + 2\sin x + 3 \quad \begin{cases} \min t = -1 \rightarrow y = 0 \\ \max t = 1 \rightarrow y = 4 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \rightarrow R_f = [0, 4]$$

$\sin x = t$

میانگین اعداد طبیعی یک رتبه ۵ است و چون $f(x)$ معادله خط است، پس:

$$f(1) + f(2) + \dots + f(5) + \dots + f(11) + f(9) = \text{مجموع اعضای برد تابع}$$

$2f(5)$
 $2f(5)$

۴

$$= 2 \times 2f(5) + f(5) = 9f(5) = 9(10 - \frac{5}{3}) = 90 - 15 = 75$$

۵

	$-1 = 2k \rightarrow \boxed{k = -\frac{1}{2}}$ $f(n) = \begin{cases} -1 & n \geq 2 \\ -2n + 3 & 1 \geq n > 2 \\ 1 & 1 > n \end{cases}$	۶
الف $R = [0, 2] - \{2\}$	ب $R = \mathbb{R}$	۷
$y = \frac{n+1+n+1}{n^2+n} = \frac{2n+2}{n^2+n} = \frac{2(n+1)}{n(n+1)} = \frac{2}{n} \rightarrow n \neq 0$ $\lim_{n \rightarrow -1} f(n) = \lim_{n \rightarrow -1} \frac{2}{n} = -2 \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$ $-2 + 0 = -2$		۸
$f(n) = \frac{(\sqrt{n}-1)(\sqrt{n}-3)}{(\sqrt{n}-1)^2} = \frac{\sqrt{n}-3}{\sqrt{n}-1}$ $\sqrt{n} = t$ صفر می شود	$\begin{matrix} t_{\max} = +\infty & \rightarrow & f(n) = 1 \\ t_{\min} = 0 & \rightarrow & f(n) = 3 \end{matrix}$	۹
$f(n) = \frac{(n-1)(n+1)(n+2)}{(n-1)(n+1)} = n+2 \rightarrow$ چون جواب معادله خط شد هر چه در راست حذف شود نظیر آن نیز در برد حذف خواهد شد چون حد تابع در ± 1 برابر ۳ و ۱ است پس: $R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$ $1 + 3 = 4$		۱۰