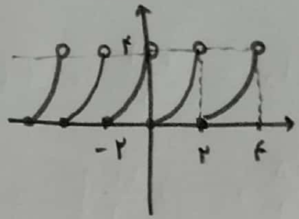
نام و نام خانوادگی : حسام رفیع زاده — مقطع : دوازدهم پسر A — شماره تکلیف : ۴

۱-

الف) $y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2=\begin{cases}(x+2)^2 & -2\leq x<0\\ x^2 & 0\leq x<2\\ (x-2)^2 & 2\leq x<4\end{cases}$



$R_f:[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \quad \log y=\sin x+4 \rightarrow y=10^{\sin x+4}$

$-1\leq \sin x\leq 1 \xrightarrow{+4} 3\leq \sin x+4\leq 5 \xrightarrow[\text{اکیداً صعودی}]{10^{()}} 10^3\leq 10^{\sin x+4}\leq 10^5 \rightarrow R_f=[10^3,10^5]$

۲-

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \rightarrow y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \xrightarrow{y\geq 0} y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \rightarrow y^2x^2-9y^2=x^2-4$

$\rightarrow y^2x^2-x^2=9y^2-4 \rightarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1} \xrightarrow{\sqrt{}} x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}}$

$D_{f^{-1}}=R_f \rightarrow \frac{9y^2-4}{y^2-1}\geq 0 \rightarrow$

-1		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		1	
$+$	$-$		$+$		$-$		$+$

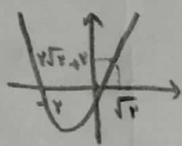
$\cap\ y\geq 0 \rightarrow [0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$\xrightarrow{+} 0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

۳-

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow{\sqrt{x+\frac{1}{x}}=t} y=t^2+2t \xrightarrow[①]{t\geq\sqrt{2}}$

این نمودار $y=t^2+2t$ است، نه $f(x)$



$\rightarrow R_f:[2\sqrt{2}+2,+\infty)$

$D_f: x+\frac{1}{x}\geq 0 \rightarrow x>0 \rightarrow x+\frac{1}{x}\geq 2 \rightarrow \sqrt{x+\frac{1}{x}}\geq\sqrt{2}$ ①

راه دوم: به فرم $\square^2+2\square$ یکبار کمترین و بیشترین

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x) \xrightarrow{\sin x=t} y=(3-t)(1+t) \xrightarrow{-1\leq t\leq 1}$

$R_f=[0,4]$

راه دوم: $-\sin^2x+2\sin x+3 \longrightarrow \sin x=t$

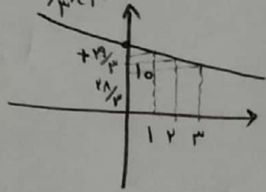
$t=-1\ ,\ y=0$

$t=1\ ,\ y=4 \quad R_f=[0,4]$

$\frac{-b}{2a}=1\ ,\ y=4$

-۴

$$f(x) = \frac{-۱}{۳}x + ۱۰ \quad , \quad D_f : \{ ۱, ۲, \dots, ۹\}$$



$$f(۱) = \frac{-۱}{۳} + ۱۰ = \frac{+۲۹}{۳} \quad , \quad f(۲) = \frac{-۲}{۳} + ۱۰ = \frac{+۲۸}{۳} \quad , \quad f(۹) = \frac{-۹}{۳} + ۱۰ = \frac{+۲۱}{۳}$$

$$R_f = \left\{ \frac{۲۹}{۳}, \frac{۲۸}{۳}, \dots, \frac{۲۱}{۳} \right\}$$

-۵

سهمی ها همواره برای دامنه‌ی آنها زیر رادیکال دارای دو بازه یا $\mathbb{R}$ یا $\{0\}$ یا $\emptyset$ می باشند و دارای یک بازه نیستند. ①

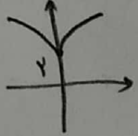
$$① \rightarrow a = ۰ \rightarrow y = \sqrt{bx + c} \qquad D_f : [۲, +\infty) \xrightarrow[b>۰]{f(۲)=۰} ۲b + c = ۰ \quad ②$$

$$f(۳) = ۱ \rightarrow ۳b + c = ۱ \quad ③$$

$$\xrightarrow{②,③} b = ۱ \; , \; c = -۲$$

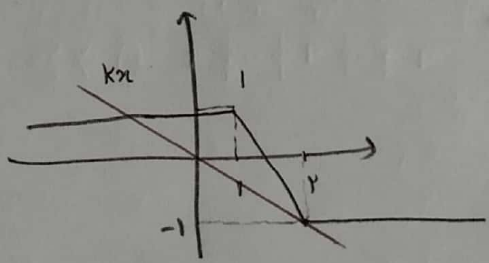
$$\rightarrow f(x) = \sqrt{x - ۲}$$

$$g(x) = \sqrt{x^۲ + ۴} \qquad \frac{-b}{۲a} = ۰ \rightarrow f(۰) = ۴ \rightarrow \sqrt{f(۰)} = ۲ \quad , \quad R_g = [۲, +\infty)$$



-۶

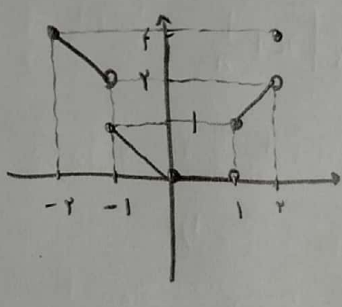
$$|x - ۲| - |x - ۱| = kx$$



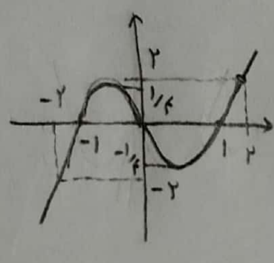
$$f(۲) = -۱ \rightarrow ۲k = -۱ \rightarrow k = -\frac{۱}{۲}$$

-۷

الف) $$y = x[x] = \begin{cases} -۲x & -۲ \leq x < -۱ \\ -x & -۱ \leq x < ۰ \\ ۰ & ۰ \leq x < ۱ \\ x & ۱ \leq x < ۲ \\ ۴ & x = ۲ \end{cases}$$



ب) $$y = x|x| - x = \begin{cases} x^۲ - x & x \geq ۰ \\ -x^۲ - x & x < ۰ \end{cases}$$



۸-

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x}$$

$$y = \frac{2x+2}{x^2+x} \rightarrow yx^2 + yx = 2x+2 \rightarrow yx^2 + (y-2)x - 2 = 0 \;,\; x = \frac{-b \pm \sqrt{(y-2)^2+8y}}{2a}$$

$$D_{f^{-1}} = R_f \rightarrow (y-2)^2 + 8y \geq 0 \rightarrow y^2+4+4y \geq 0 \rightarrow (y+2)^2 \geq 0 \rightarrow R$$

$$\xrightarrow{x\neq 0} \;,\; \xrightarrow{x\neq -1} \quad \lim_{x\to 0} \frac{2x+2}{x^2+x} \overset{hop}{=} \frac{2}{2x+1} = 2$$

$$R_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\} \rightarrow \boxed{a+b=0}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x+2}{x^2+x} \overset{hop}{=} \frac{2}{2x+1} = -2$$

۹-

$$f(x) = \frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2} \overset{x\neq 1}{=} \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = R_f: (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

۱۰-

$$f(x) = \frac{\cancel{(x-1)}(x^2+3x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} \overset{x\neq 1}{=} \frac{x^2+3x+1}{x+1}$$

$$f(1) = \frac{5}{2} \quad ①$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+1}{x+1} \overset{hop}{=} \frac{2x+3}{1} = 1 \quad ②$$

$$\mathbb{R} - \{\tfrac{5}{2}, 1\} \xrightarrow{①+②} \frac{5}{2} + \frac{2}{2} = \frac{7}{2}$$