۲۰

نام و نام خانوادگی .... عرفان عبداللهی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...چهار... کلاس ....دوازدهم ریاضی.... A

۱

الف) $y=\left(x-۲\left[\frac{x}{۲}\right]\right)^{۲}=\left(۲\left(\frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]\right)\right)^{۲} \rightarrow ۰\leqslant t-[t]<۱ \rightarrow ۰\leqslant \frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]<۱$

$۰\leqslant ۲\left(\frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]\right)<۲ \rightarrow ۰\leqslant \left(۲\left(\frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]\right)\right)^{۲}<۴ \quad R_f=[۰,+۴)$ ✓ ✓ ②

ب) $-\sin x+\log y-۴=۰ \rightarrow \log y=\sin x+۴ \rightarrow y=۱۰^{\sin x+۴}$

$-۱\leqslant \sin x\leqslant ۱$

$+۳\leqslant \sin x+۴\leqslant ۵ \rightarrow ۱۰^{۳}\leqslant ۱۰^{\sin x+۴}\leqslant ۱۰^{۵} \rightarrow R_f=[۱۰^{۳},۱۰^{۵}]$ ✓ ✓

۲

$f(x)=\sqrt{\frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹}} \rightarrow \frac{x^{۲}-۴}{x^{۲}-۹} \xrightarrow{\frac{a\square-b}{c\square-d}}$ روش $x^{۲}_{min}=۰ \rightarrow y=\frac{۴}{۹}$

$x^{۲}_{max}=+\infty \rightarrow y=۱$

$\rightarrow$ نمی‌تواند صفر شود $(-\infty,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)$

$\sqrt{(-\infty,\frac{۴}{۹}]\cup(۱,+\infty)} \rightarrow [۰,\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty) \quad a=۰,\ b=\frac{۲}{۳},\ c=۱ \rightarrow a+b+c=\frac{۵}{۳}$ ✓ ②

← اعداد منفی نابود می‌شود

$R_f=[۰,\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty)$ ✓

۳

الف) $\overset{f(x)}{x}+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}} \rightarrow \sqrt{x+\frac{۱}{x}}=t \rightarrow t^{۲}+۲t$

درجه ۲ $a\square^{۲}+b\square+c \rightarrow \sqrt{x+\frac{۱}{x}}$ ✓

$min=\sqrt{۲} \rightarrow y=۲+۲\sqrt{۲}$

$max=+\infty \rightarrow y=+\infty \rightarrow R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$ ✓ ②

$-\frac{b}{۲a}=-۱$ غ ق ق

ب) $y=(۳-\sin x)(۱+\sin x) \rightarrow y=-\sin^{۲}x+۲\sin x+۳$

درجه ۲ $a\square^{۲}+b\square+c \rightarrow \sin x$ ✓

$min=-۱ \rightarrow y=۰$

$max=+۱ \rightarrow y=۴ \rightarrow R_f=[۰,۴]$ ✓

$-\frac{b}{۲a}=+۱$

۴

$f(x)=-\frac{۱}{۳}x+۱۰ \qquad D_f=\{۱,۲,۳,\dots,۹\}$ ②

$R_f=\{-\frac{۱}{۳}x_۱+۱۰,\ -\frac{۱}{۳}x_۲+۱۰,\ -\frac{۱}{۳}x_۳+۱۰,\ \dots,\ -\frac{۱}{۳}x_۹+۱۰\}$

$\sum y\in f(x)=-\frac{۱}{۳}x_۱+۱۰+(-\frac{۱}{۳}x_۲+۱۰)+(-\frac{۱}{۳}x_۳+۱۰)+\dots+(-\frac{۱}{۳}x_۹+۱۰)$ ✓

$=-\frac{۱}{۳}(x_۱+x_۲+x_۳+\dots+x_۹)+۹(۱۰)=-\frac{۱}{۳}\underbrace{(۱+۲+۳+\dots+۹)}_{\frac{۹}{۲}\times ۱۰=۴۸}+۹(۱۰)$

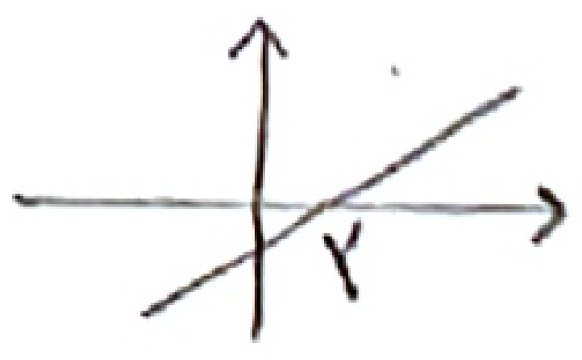
$=-\frac{۱}{۳}\times ۴۸+۹۰=۷۸$ ✓

۵

$f(x)=\sqrt{ax^{۲}+bx+c} \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}} y=\sqrt{bx+c} \qquad a=۰,\ ۲b+c=۰$ ✓ $\qquad f(۳)=۱$ ②

$D_f=[۲,+\infty)$

$$\begin{array}{c|c} & ۲ \\ \hline - & + \end{array}$$



$b>۰$

$۲b+c=۰$

$\sqrt{۳b+c}=۱$

$۳b+c=۱$

$-۲b-c=۰$

$b=۱,\ c=-۲$ ✓

$f(x)=\sqrt{x-۲}$

$g(x)=\sqrt{x^{۲}+۴} \rightarrow x^{۲}+۴\geqslant ۴ \rightarrow \sqrt{[۴,+\infty)}=[۲,+\infty)$ ✓

$R_g=[۲,+\infty)$

۶

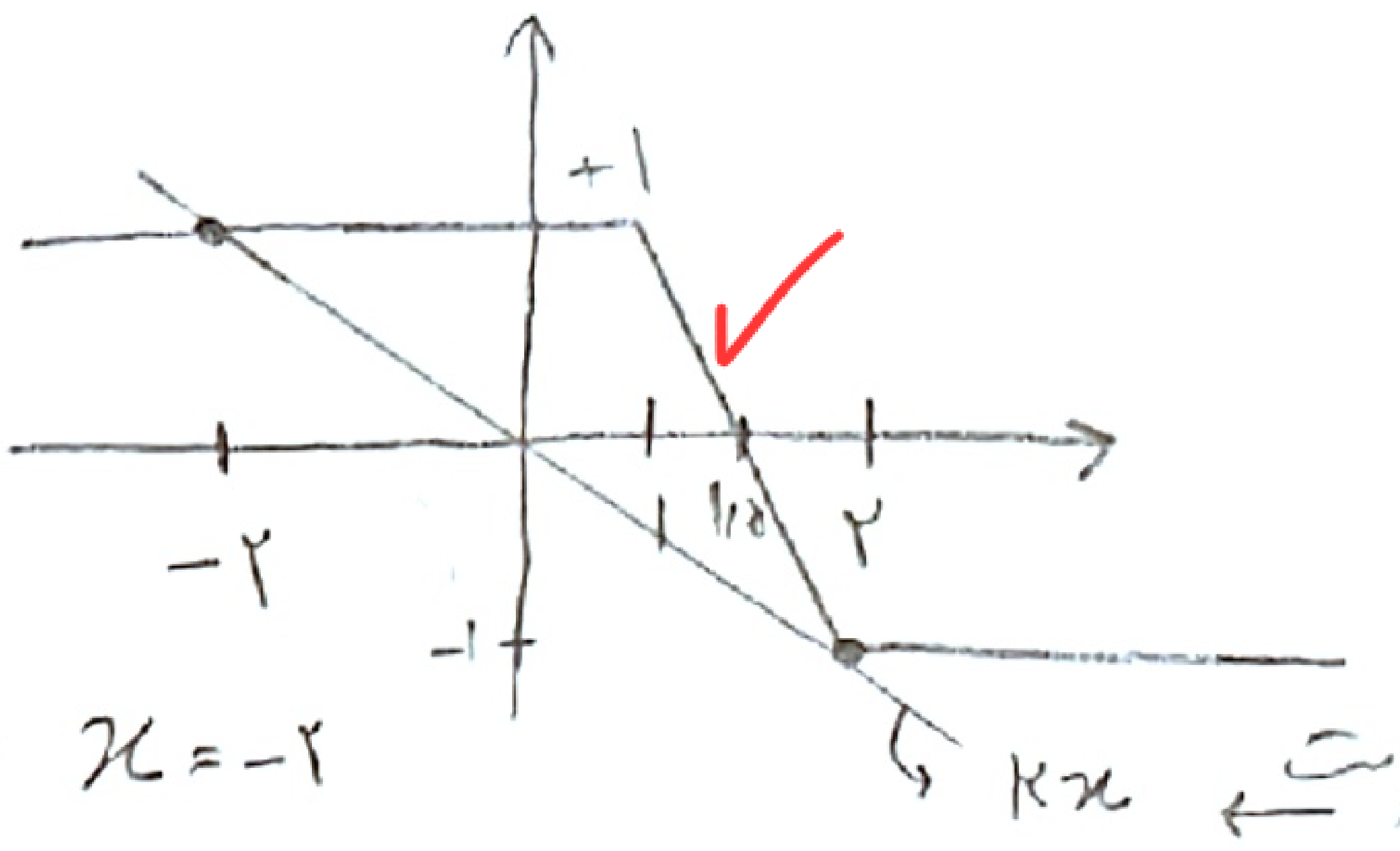
$|x-۲|-|x-۱|=Kx \rightarrow y=|x-۲|-|x-۱|$

$\begin{cases} y=+۱ & x<۱ \\ y=-۲x+۳ & ۱\leqslant x\leqslant ۲ \\ y=-۱ & x>۲ \end{cases}$

$-x+۲-(-x+۱)=+۱ \quad x<۱$

$-x+۲-(x-۱)=-۲x+۳ \quad ۱\leqslant x\leqslant ۲$

$x-۲-(x-۱)=-۱ \quad x>۲$



✓

$Kx=-۱$

$K(۲)=-۱ \rightarrow K=-\frac{۱}{۲}$ ✓

$-\frac{۱}{۲}\times(x)=+۱ \rightarrow x=-۲$

Kx خطی مبدأ گذر است $\leftarrow Kx$

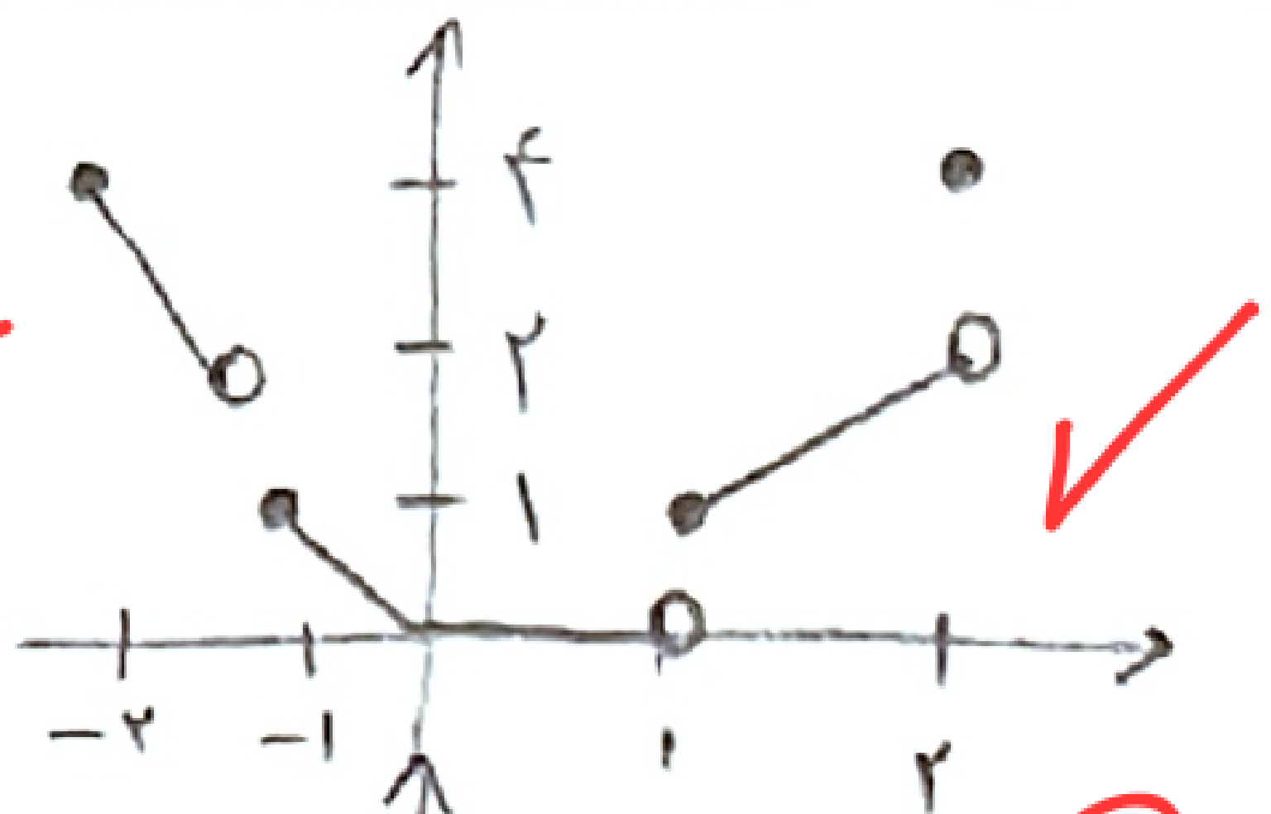
(۲)

۷

الف) $y=x[x]$

$D_f=[-۲,۲]$

$\begin{cases} -۲\leqslant x<-۱ & \rightarrow [x]=-۲ & , y=-۲x \\ -۱\leqslant x<۰ & \rightarrow [x]=-۱ & , y=-x \\ ۰\leqslant x<+۱ & \rightarrow [x]=۰ & , y=۰ \\ +۱\leqslant x<+۲ & \rightarrow [x]=+۱ & , y=x \\ ۲=x & \rightarrow [x]=+۲ & , y=۲x \end{cases}$ ✓



✓

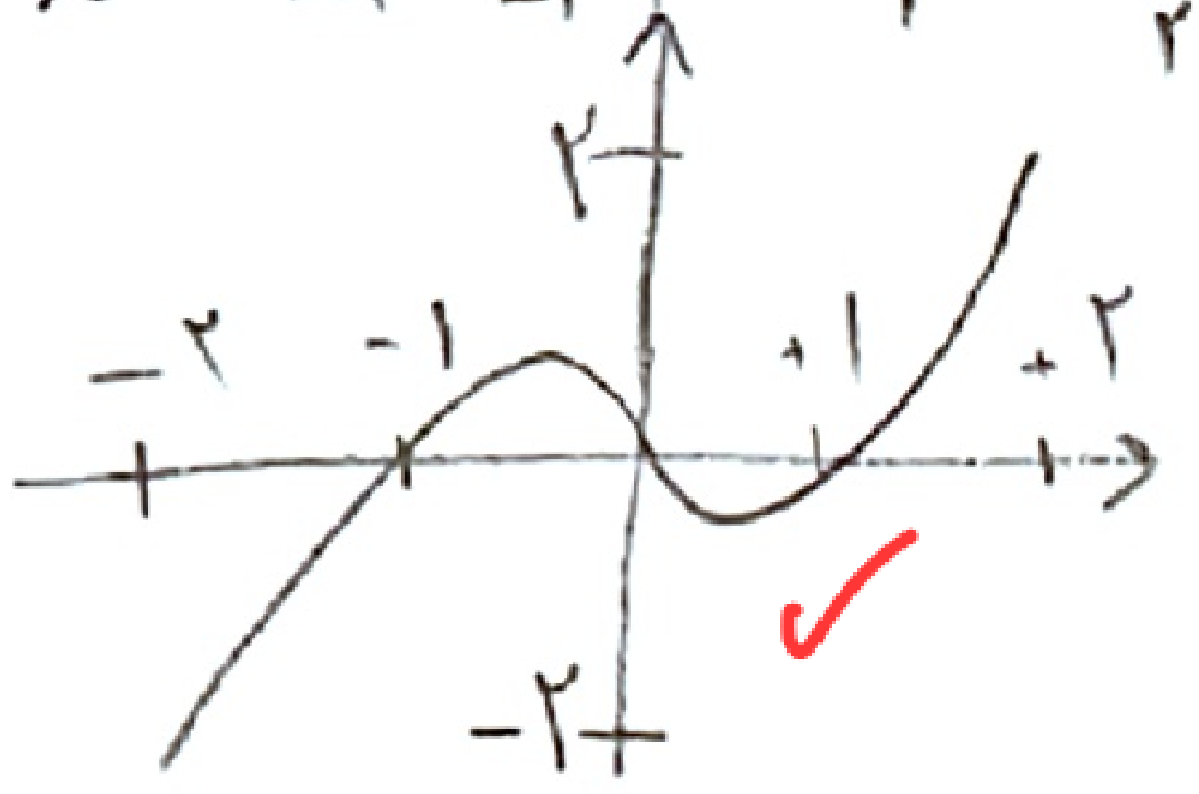
$R_f=[۰,+۴]-\{۲\}$ ✓

ب) $y=x|x|-x$

$D_f=[-۲,۲]$

$R_f=[-۲,۲]$ ✓

$\begin{cases} x\geqslant ۰ \rightarrow x^۲-x=x(x-۱) \\ x<۰ \rightarrow -x^۲-x=-x(x+۱) \end{cases}$ ✓



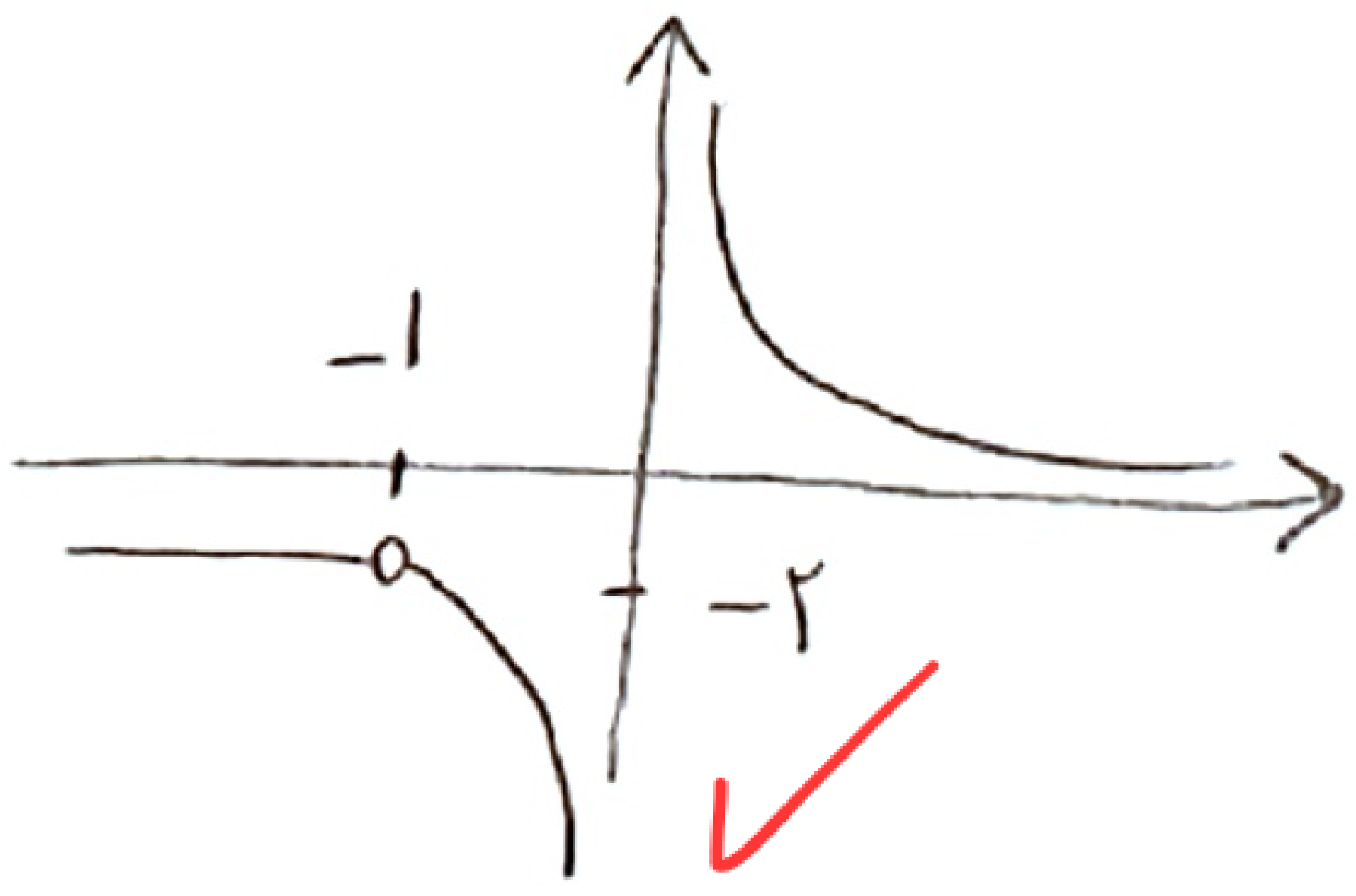
✓

(۲)

۸

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x}=\frac{x+۱}{x(x+۱)}+\frac{x}{x(x+۱)}+\frac{۱}{x(x+۱)}=\frac{۲x+۲}{x(x+۱)}$

$=\frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)} \xrightarrow{x=-۱\notin D_f} f(x)=\frac{۲}{x}$ ✓



✓

(۲)

$R_f=\mathbb{R}-\{۰,-۲\}$ ✓ $a, b=۰,-۲$

$a+b=-۲+۰=-۲$ ✓

۹

$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} f(x)=\frac{t^۲-۴t+۳}{t^۲-۲t+۱}=\frac{(t-۳)\cancel{(t-۱)}}{(t-۱)\cancel{(t-۱)}}$

$f(x)=\frac{t-۳}{t-۱} \longrightarrow t\neq ۱$

(۲)

$f(x)=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱}$ ✓ $\xrightarrow[\text{نمی‌تواند صفر شود}]{\frac{a\square-b}{c\square-d}\ \text{رادیکال}}$ $\sqrt{x}$ ✓ $\begin{cases} \min=۰ \rightarrow y=۳ \\ \max=\infty \rightarrow y=۱ \end{cases} \rightarrow (-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$ ✓

$R_f=(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

۱۰

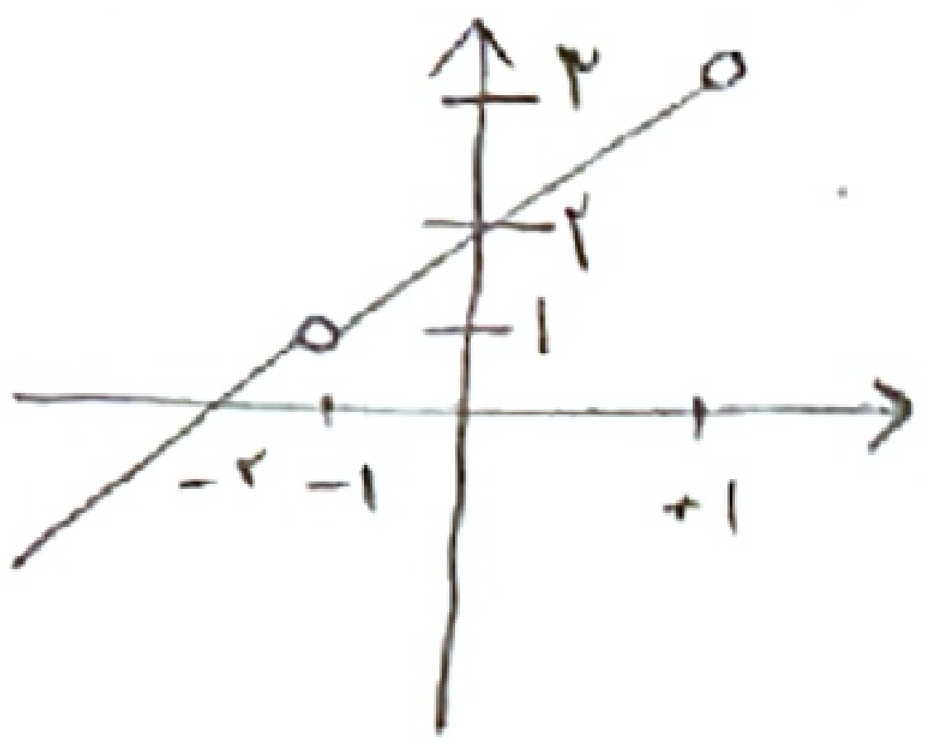
$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}=\frac{\cancel{(x-۱)}\cancel{(x+۱)}(x+۲)}{\cancel{(x-۱)}\cancel{(x+۱)}}=x+۲$ ✓

$x=-۱,+۱\notin D_f$

$f(x)=x+۲$

$x=۱\rightarrow y=۳$

$x=-۱\rightarrow y=۱$



(۲)

$R_f=\mathbb{R}-\{۳,۱\}$ ✓

$۳+۱=۴$ ✓