

سپه نعلی ۱

پرهام سرعنی

نم کلی: $f(x) = ax + b$ تابع خطی
برای تابع حقیقی $f(x) = \sqrt{f(x) - x^2}$ معادله برقرار است. بر تابع

$$\begin{aligned} x=1 &\rightarrow f(1) + f(1) = 3 + f(1) \rightarrow f(1) = 3 = 1a + b \\ x=0 &\rightarrow f(1) + f(0) = 3 \rightarrow a + b + 2a + b = 3 = 3a + 2b \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} b=0, a=1 \\ f(x)=x \end{cases}$$

$$y = \sqrt{f(x) - x^2} \xrightarrow{f(x)=x} y = \sqrt{x - x^2} \quad \begin{cases} a < 0 < \max \\ x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ y_s = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow y = \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2})} = [0, \frac{1}{2}]$$

تابع $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x+2}$ با دامنه $\mathbb{R} - \{-2\}$ در $[0, \infty) - \{1\}$ حذر $f(\frac{a+b}{2})$
دامنه عبارت مثل $x = -2$ می شود چون ریشه خارج است.

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x+2} = \frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} = x(x-2) \neq 1 \rightarrow x^2 - 2x - 1 \neq 0 \rightarrow (x-4)(x+2) \neq 0$$

$$f(x) = x^2 - 2x \text{ if } x \neq \{-2, 2\} \rightarrow \begin{cases} a > 0 \min \\ x_s = -\frac{b}{2a} = 1 \\ y_s = 1 - 2 = -1 \end{cases} \rightarrow R_f = [-1, \infty) - \{1\}$$

$$f(\frac{a+b}{2}) = f(\frac{-2+2}{2(-1)}) = f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) = 3$$

دامنه تابع خطی $y = \sqrt{x^3 + ax^2 + bx - 1}$ به صورت $[a, b]$ است. بر تابع؟

برای این تابع $y = \sqrt{(x-2)^3} = x-2 = \sqrt{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$ $\Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 12 \end{cases} D_f = [-4, 12]$

و چون تابع آلیا صوری است ۲ سر دامنه برای ما ۲ سر برد را می سازد

$$y = x - 2 \quad \begin{matrix} x = -4 \rightarrow \min y = -8 \\ x = 12 \rightarrow \max y = 10 \end{matrix}$$

$$R_f = [-8, 10]$$

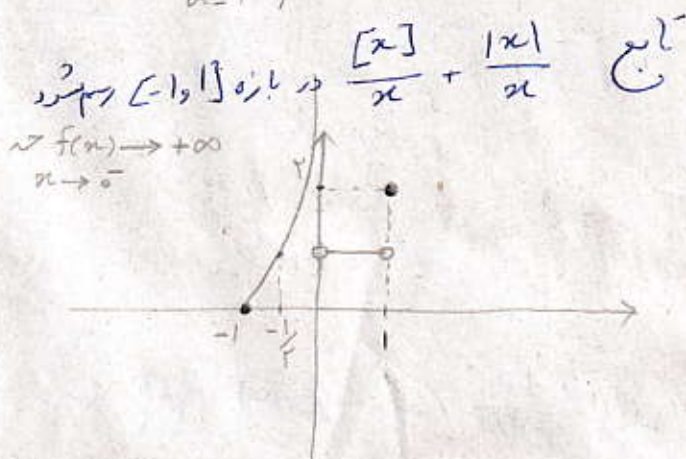
اگر دامنه تابع $y = \left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}}$ برابر تابع $y = \frac{ax^2-1}{x^2+b}$ برابر حاصل $a+b$

$$\frac{x+1}{1-x} \neq 0 \rightarrow \frac{-1}{-1+\frac{1}{x}} = D_f = [-1, 1)$$

$$\frac{ax^2-1}{x^2+b} \rightarrow \begin{cases} \max x^2 \rightarrow \infty & y \rightarrow a \\ \min x^2 = 0 & y = -\frac{1}{b} \end{cases} \quad R_{f_1} = \left[-\frac{1}{b}, a\right] = D_{f_1} = [-1, 1)$$

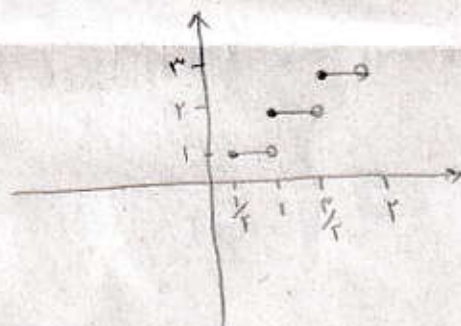
$$\begin{cases} b=1 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=2$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{-1}{x} - 1 & -1 < x < 0 \\ \text{تعریف نشده} & x=0 \\ \frac{0}{x} + \frac{x}{x} = 1 & 0 < x < 1 \\ 2 & x=1 \end{cases}$$



نمود تابع $[x] + [x + \frac{1}{2}]$ در بازه $(\frac{1}{2}, 2)$ از چند پاره مستقیم شده؟ نمودار رسم کنید

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < x < 1 &\rightarrow y = 0 + 1 = 1 \\ 1 < x < \frac{3}{2} &\rightarrow y = 1 + 1 = 2 \\ \frac{3}{2} < x < 2 &\rightarrow y = 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$



اگر دامنه تابع $\left|\frac{x+1}{ax+3}\right|$ در بازه‌ای که از خط $y=1$ پایین تر است (b, ∞) باشد مقدار a

تابع درون قدر مطلق تابع هوته‌ایست با مماس افقی $\frac{1}{a}$ و با مماس عمودی $-\frac{3}{a}$ است

برای این تابع، دامنه برابر $R - \left\{-\frac{3}{a}\right\}$ می باشد.

برای تابع هوته‌ایست نیز برابر $R - \left\{\frac{1}{a}\right\}$ است و

با توجه اینکه تابع درون قدر مطلق است برد تابع

برابر $\left\{\frac{1}{a}\right\} - (\infty, \infty)$ می باشد بفرمایید حالت خاص که $a=0$

که در این حالت برد تابع برابر (∞, ∞) خواهد بود.

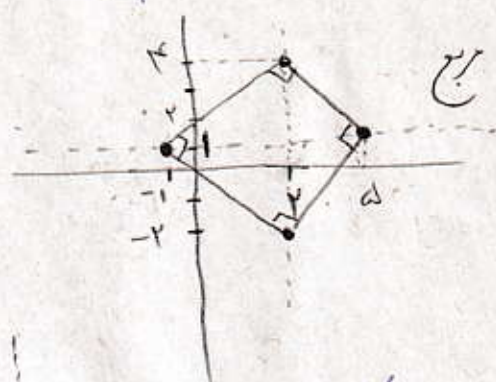
بنابراین اگر خط $y=1$ تابع را قطع کند دامنه تابع

در بازه‌ای که از $y=1$ پایین تر است برابر (b, ∞) خواهد بود مستر آنکه $y=1$ همان مماس افقی باشد.

$$-\frac{3}{a} = b \text{ و } \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a=1, b=-2 \quad a-b=3$$

تابع $|x-2|+|y-1|=3$ را با ذکر ضابطه بندی رسم کنید.

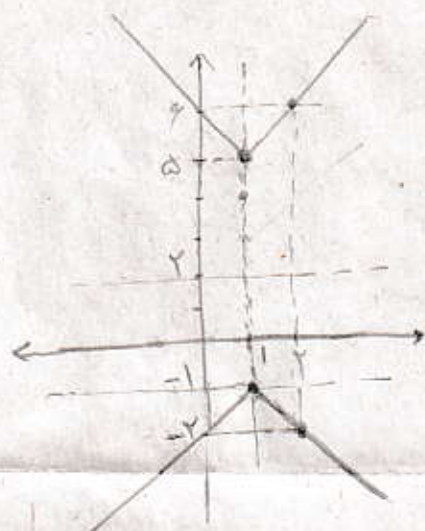
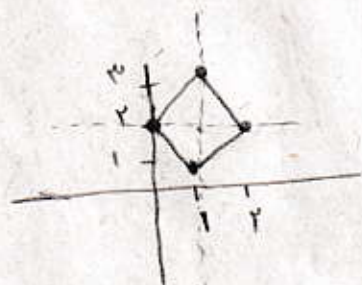
$$f(x) = \begin{cases} 4-x & x \geq 2, y \geq 1 \\ x-4 & x \geq 2, y < 1 \\ x+1 & x < 2, y \geq 1 \\ -x & x < 2, y < 1 \end{cases}$$



تابع زیر را با روشی دلخواه رسم کنید

الف) $|x-1|+|y-2|=1$

$$f(x) = \begin{cases} 4-x & x \geq 1, y \geq 2 \\ x & x \geq 1, y < 2 \\ x+1 & x < 1, y \geq 2 \\ 2-x & x < 1, y < 2 \end{cases}$$



ب) $|x-1|-|y-2|=3 \rightarrow |y-2|-|x-1|=3$

$$\begin{cases} 4+x & x \geq 1, y \geq 2 \\ -x & x \geq 1, y < 2 \\ 4-x & x < 1, y \geq 2 \\ x-4 & x < 1, y < 2 \end{cases}$$

مقدار a را طوری بیابید که بردار $y=3x+ax+b$ در $\mathbb{R}$ باشد.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+ax+b \rightarrow (3+a)x+b & x \geq -\frac{b}{a} \\ 3x-ax-b \rightarrow (3-a)x-b & x < -\frac{b}{a} \end{cases}$$

میشود تا این تابع از همواره $\mathbb{R}$ باشد باید هر دو ضابطه اکیداً صعودی شوند و چون تابع در هر دو حالت تابع خطی است پس باید شیب آن بزرگتر از صفر باشد

$$\begin{cases} 3+a > 0 \rightarrow a > -3 \\ 3-a > 0 \rightarrow a < 3 \end{cases} \rightarrow a \in (-3, 3)$$