

$$\begin{aligned} f(n+1) + f(n+2) &= 2n + f(n) \\ \Rightarrow a(n+1) + b + a(n+2) + b &= 2n + 2a + b \\ 2an + 2a + b &= 2n + 2a + b \\ \Rightarrow a &= 1, b = 0 \\ \Rightarrow f(n) &= n \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{f(n) - n^2}$$

$$y = \sqrt{n - n^2}$$

$$\Rightarrow R_f = [0, \frac{1}{2}]$$

۱

در دامنه f ۲- وجود ندارد چرا که منجر به 0 می‌کند

$$\frac{n^2 - 2n}{n+2} \neq 1 \Rightarrow n \neq 4 \Rightarrow a = -2, b = 4$$

$$f(n) = \frac{n^2 - 2n}{n+2} \xrightarrow[n \neq 4]{n \neq -2} f(n) = n \times (n-2) = n^2 - 2n \Rightarrow R_f = [-1, +\infty) - \{1\}$$

$$\Rightarrow c = -1 \Rightarrow f\left(\frac{4-2}{-1}\right) = f(-1) = 3$$

۲

چون تابع خطی است پس باید زیر این کال عبارتی به توان ۳ باشد

$$(n-2)^3 = n^3 - 2n^2 + 4n - 8$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 4$$

$$\Rightarrow f(n) = n - 2 \Rightarrow R_f = [-2, 2]$$

$$D_f = [-2, 4]$$

۳

$$D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

چون می‌خواهیم
بر $\mathbb{R} - \{1\}$
تقریباً هر عددی
توان 0 شود
 $\Rightarrow b < 0$

$$y = \frac{ax^2 - 1}{x^2 + b}$$

$$\begin{aligned} x^2 = 0 &\Rightarrow y = \frac{-1}{b} \\ x^2 = +\infty &\Rightarrow y = a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R = (-\infty, \frac{1}{b}] \cup (a, +\infty)$$

$$= \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1$$

$$\Rightarrow a + b = 1 + (-1) = 0 \quad \text{!} \quad \text{!} \quad \text{!}$$

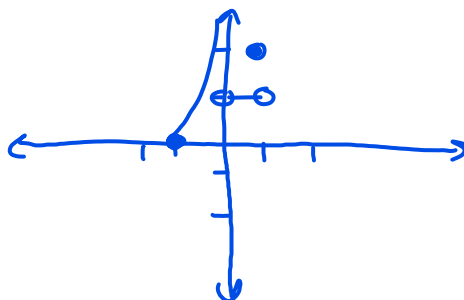
۴

$$-1 < n < 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{n} + \frac{-n}{n} = -\frac{1}{n} - 1$$

$$n = 0$$

$$0 < n < 1 \Rightarrow y = \frac{0}{n} + \frac{n}{n} = 1$$

$$n = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

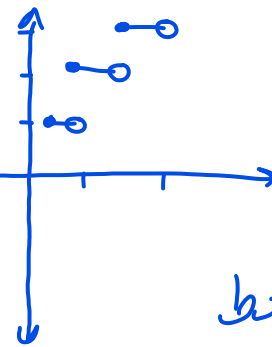


۵

$$\frac{1}{r} \leq n < 1 \rightarrow [n] = 0, [n + \frac{1}{r}] = 1 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq n < \frac{r}{r} \rightarrow [n] = 1, [n + \frac{1}{r}] = 1 \rightarrow y = r$$

$$\frac{r}{r} \leq n < r \rightarrow [n] = 1, [n + \frac{1}{r}] = r \rightarrow y = r$$



ن، ۱، ۰، ۲

۶

$$\left| \frac{n+1}{an+r} \right| < 1 \Rightarrow |n+1| < |an+r| \Rightarrow n^2 + 2n + 1 < a^2 n^2 + 9an + 9$$

$$\Rightarrow 0 < (a^2 - 1)n^2 + (9a - 2)n + 1$$

چون داریم درجه اول نیست و توان دوم داریم
عبارت دوم درجه اول نیست
 $a = \pm 1$

$$a = 1 \rightarrow 0 < 8n + 1 \Rightarrow n \in (-\frac{1}{8}, +\infty) \Rightarrow b = -\frac{1}{8}, a = 1 \Rightarrow a - b = \frac{9}{8}$$

$$a = -1 \rightarrow 0 < -1n + 1 \Rightarrow n \in (-\infty, 1) \cdot \times$$

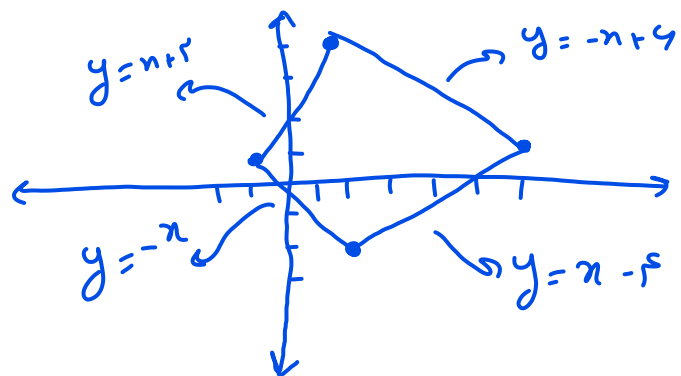
۷

$$n > r, y > 1 \rightarrow y = -n + r$$

$$n \leq r, y \leq 1 \rightarrow y = -n$$

$$n > r, y \leq 1 \rightarrow y = n - r$$

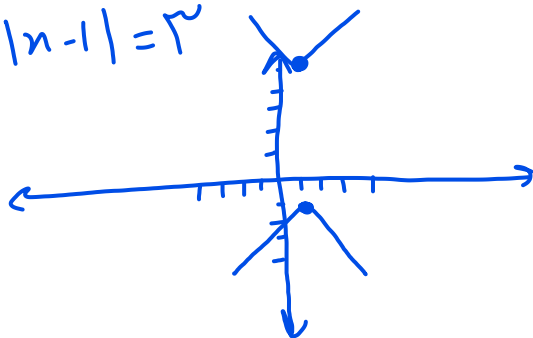
$$n \leq r, y > 1 \rightarrow y = n + r$$



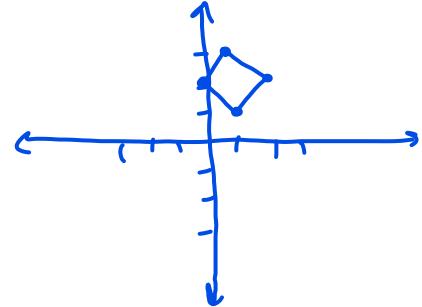
۸

$$|n-1| - |y-r| = -r$$

$$|y-r| - |n-1| = r$$



$$|n-1| + |y-r| = 1$$



۹

$$y = \begin{cases} (r+a)n+b \\ (r-a)n-b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) r+a > 0, r-a > 0 \Rightarrow -r < a < r \\ 2) r+a < 0, r-a < 0 \Rightarrow a \in \emptyset \end{cases} \Rightarrow -r < a < r$$

۱۰