

① چون دصورت مثال گفته که تابع f یک تابع خطی است بنابراین آن را به صورت $f(x) = ax + b$ می‌نویسیم:

$$f(x) = ax + b$$

$$a(x+1)+b+a(x+2)+b = 2x+3a+b$$

$$2ax+a+b+a(x+2)+b = 2ax+3a+2b = 2x+3a+b \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow y = \sqrt{f(x)-x^2} \Rightarrow \sqrt{x-x^2} = y$$

$$\Rightarrow x_5 = \frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow y_5 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_y = \sqrt{(-\infty, \frac{1}{4}]} \Rightarrow [0, \frac{1}{4}]$$

(۲)

$$f(x) = \frac{x(x^2-4)}{x+2} = \frac{x(x+2)(x-2)}{(x+2)} \quad x \neq -2 \Rightarrow f(x) = x(x-2) = x^2 - 2x$$

(۳)

$$\Rightarrow x_5 = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y_5 = 1 - 2 = -1 \Rightarrow R = [-1, +\infty) \Rightarrow \underline{C = -1}$$

(۲)

البته دصورت مثال ذکر شده بردارنده شامل عدد ۸ نمی باشد در نتیجه با هم وجود از ریشه حذف می‌شود زیرا این یک تابع سهمی شکل هست و در این حذف یک عدد با هم دعدمی نمی‌تواند آن باشد را بیاد بکنیم، بنابراین داریم:

$$y = f(x) \neq 8 \Rightarrow x^2 - 2x \neq 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 \neq 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

بنابراین با a می‌تواند مرکز همگی از این دعدمی باشند بنابراین:

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) = f\left(\frac{2}{2}\right) = f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) = 1 + 2 = 3$$

④ چون صورت مثال گفته تابع f خطی است پس با هم می‌توانیم از زیر رادیکال افزودیم ۳ همان بزرگترین مقیر آن می‌باشد

$$y = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 + bx - 8} \Rightarrow \sqrt[3]{(x-2)^3} = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 12x - 8} = x - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow [a, b] = [-4, 12]$$

از آنجمله این یک تابع خطی می‌باشد معوض است بنابراین برای بدست آوردن بردار می‌توانیم دسر دامنه را جایگزین کنیم

$$y = x - 2 \quad (x \in [-4, 12]) \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \Rightarrow y = -6 \\ x = 12 \Rightarrow y = 10 \end{cases} \Rightarrow R_f = [-6, 10]$$

(۲)

⑤ مطابق با تعریف کتاب دصورت، عددی که بتواند هر یک از اعداد a, b, c را به هم وصل کند می‌باشد این عدد $\frac{a+b+c}{3}$ است

$$\frac{x+1}{1-x} > 0 \Rightarrow \frac{-1}{-1} + \frac{1}{1} = 0 \Rightarrow x \in (-1, 1) \Rightarrow R_y = (-1, 1)$$

(۲)

از آنجمله تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ است می‌توان با دهن دسر مقدار x در امتدادی بود را پیدا کنیم فقط چون این یک بازه بسته است

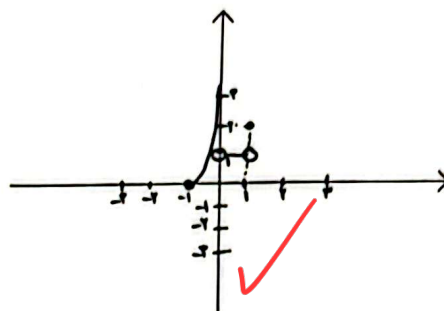
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2-1}{x^2+b} = a$$

است و این منجر به نتایج می‌شود. پس با هم حتماً باقی می‌ماند.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2-1}{x^2+b} = \frac{-1}{b} \xrightarrow{\frac{b}{b}} \frac{-1}{b} = -1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \underline{a+b = 2}$$

⑤ برای رسم این تابع لازم است تا آن را به سه بخش تقسیم کنیم:

$$y = \frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x} \Rightarrow y = \begin{cases} 2 & ; x=1 \\ 1 & ; 1 < x < \infty \\ -\frac{1}{x}-1 & ; 0 < x < -1 \end{cases}$$

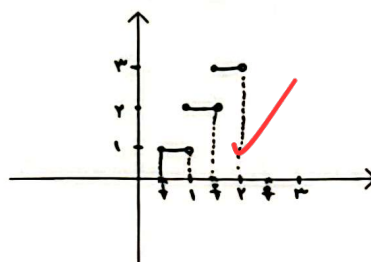


۲

$$y = [x] + [x + \frac{1}{x}] = 2[x]$$

$$y = \begin{cases} 2 & ; 2 > 2x > 1 \Rightarrow 1 < x < 1.5 \\ 1 & ; 2 > 2x > 0.5 \Rightarrow 0.5 < x < 1 \end{cases}$$

⑥ برای رسم این تابع آن را می توانیم به سه بخش تقسیم کنیم (در جدولی جدولی تابع را در جدول ذکر می کنیم)



از ۳ بار خط تشکیل شده

۲

$$\left| \frac{x+1}{ax+3} \right| < 1 \xrightarrow{\text{ضرب در } (ax+3)^2} \frac{(x+1)^2}{(ax+3)^2} < 1 \Rightarrow (x+1)^2 < (ax+3)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 < a^2x^2 + 6ax + 9$$

$$\Rightarrow (a^2-1)x^2 + (6a-2)x + 8 > 0$$

چون در صورت سوال داریم صدمه (به دلتا) یعنی آنکه باید در تمام مقادیر x فعلی مثبت باشد

پس باید ضریب x^2 صفر شود در نتیجه داریم:

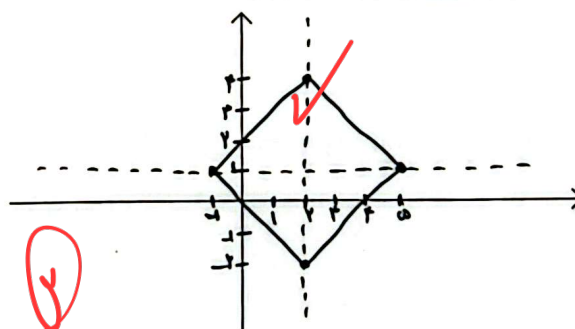
$$a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow 4a-2=2 \\ a=-1 \Rightarrow 4a-2=-6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x + 8 > 0 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-2) = 3$$

۲

$$\begin{cases} x-1+y-1 = x+y-2 = 3 & ; x > 2, y > 1 \\ \Rightarrow y = -x+5 & (x \in [2, 4]) \\ x-1+y = x+y-1 = 3 & ; x > 2, y < 1 \\ \Rightarrow y = -x+4 & (x \in [2, 3]) \\ x-1+y-1 = -x+y+1 = 3 & ; x < 2, y > 1 \\ \Rightarrow y = x+3 & (x \in [1, 2]) \\ x-1+y = 3-x-y = 3 & ; x < 2, y < 1 \\ \Rightarrow y = -x & (x \in [1, 2]) \end{cases}$$



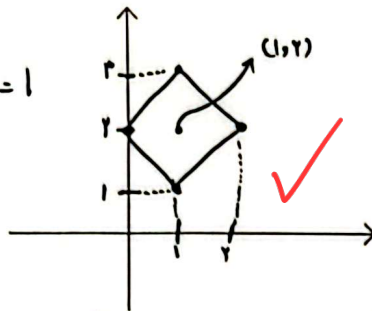
۲

⑧

⑨

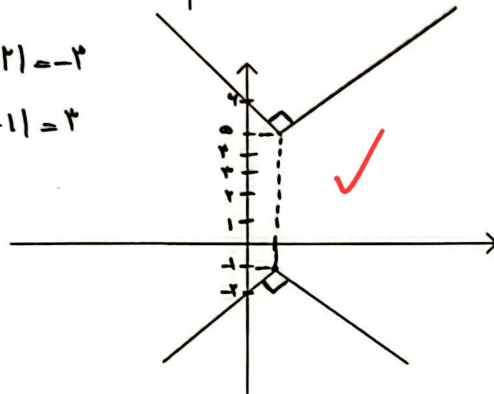
نقطه مربع با مرکز (۱، ۲) و به طول و عرض ۱ می باشد.

ا) $|x-1| + |y-2| = 1$



ب) $|x-1| - |y-2| = -3$

$\Rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$



۲

⑩ برای اینکه برد این تابع برابر ۱۲ باشد این تابع هم در ازای زمانی که درون قدر مطلق مثبت

و هم در ازای زمانی که درون قدر مطلق منفی مثبت هایی با علامت مثبت در آنجا باشد. از طرفی چون که علامت بیرون قدر مطلق

است پس این تابع علامت مثبت داشته باشد! در نتیجه داریم:

$$y = \begin{cases} 3x + ax + b & ; x \geq -\frac{b}{a} \\ \Rightarrow x(3+a) + b \\ 3x - ax - b & ; x \leq -\frac{b}{a} \\ \Rightarrow x(3-a) - b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12(3+a) > 0 \Rightarrow a > -3 \\ 12(3-a) > 0 \Rightarrow 3 > a \end{cases}$$

$$\text{I} \cap \text{II} \rightarrow \boxed{-3 < a < 3}$$

۲