$$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3)\xrightarrow{x=1} f(3)+f(3)=3+f(3)\longrightarrow f(3)=3$$

$$y=\sqrt{f(x)-x^2}$$

$$a(2x+1)+b+a(x+2)+b=3x+3$$

$$a(3x+3)+2b=3x+3$$

$$3ax+3a+2b=3x+3 \qquad f(x)=x$$

$$3a=3 \qquad b=0$$

$$a=1$$

$$y=\sqrt{x-x^2}\xrightarrow{x=-\frac{b}{2a}} x=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2} \quad \sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

$$-x^2+x \qquad a<0 \longrightarrow \max R_f=\frac{1}{2} \quad \boxed{R_f=\left[0,\frac{1}{2}\right]}$$

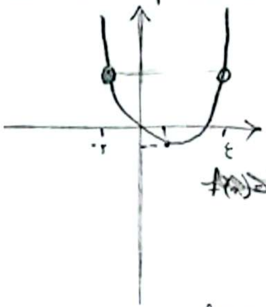
2

$$f(x)=\frac{x^3-4x}{x+2}\longrightarrow \frac{x(x-2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}}=x^2-2x\xrightarrow{x=-\frac{b}{2a}} -\frac{-2}{2}=1\longrightarrow 1-2=-1$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{a,b\}$$

$$x^2-2x=(x-1)^2-1$$

$$R_f=[c,+\infty)-\{8\}\longrightarrow[-1,+\infty)-\{8\}$$



$$f(x)\neq 8 \qquad (x-1)^2-1\neq 8$$

$$x\neq\{-2,4\}$$

$$f\left(\frac{a+b}{2c}\right)=?$$

$$D_f=\mathbb{R}-\{-2,4\}$$

$$\hookrightarrow f\left(\frac{-2+4}{-2}\right)=f(-1)=\frac{(-1)^3-4(-1)}{-1+2}=\frac{-1+4}{1}=3$$

-3

$$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8}\longrightarrow\sqrt[3]{(x-2)^3}=x-2\Longrightarrow\sqrt[3]{x^3-2x^2+4x-8} \qquad a=-2,\ b=4$$

$$D_f=[a,b]$$

$$R_f=?$$

$$y=x-2\xrightarrow{x=-2} y=-4$$

$$y=x-2\xrightarrow{x=4} y=2$$

$$\boxed{R_f=[-4,2]}$$

-۴

$y_1=\left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}}$ $\frac{x+1}{1-x}\geq 0$

-1		1
$-$	$+$	$-$

$D_{y_1}=[-1,1)$

$y_2=\frac{ax^2-1}{x^2+b}$ $R_{y_2}=[-1,1)$

$\frac{ax^2-1}{x^2+b} \xrightarrow{x=0} \frac{-1}{b}=-1 \to b=1$

$\frac{ax^2-1}{x^2+b} \xrightarrow{x\to+\infty} a=1$

$a+b=1+1=2$

$\boxed{a+b=2}$

$\frac{ax+b}{cx+d}$ $\xrightarrow{x=0}$, $\xrightarrow{x\to\pm\infty}$ انتها/ازمربوط به این شاخه است

-۵

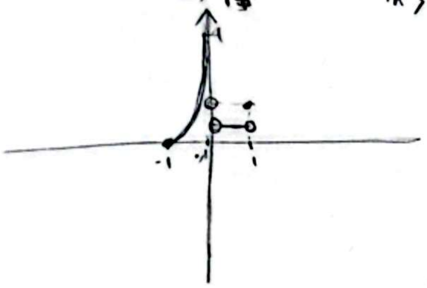
$\frac{[x]}{x}+\frac{|x|}{x}=\frac{[x]+|x|}{x}$ → 0 → ت ن → ۳

$x<0, x\in Z$, $-1<x<0$ $\frac{-1+|x|}{x}=\frac{-(x+1)}{x}$

$x=0$

$x>0, x\in Z$ $0<x<1$ $\frac{|x|}{x}=1$

$[-1,1]$



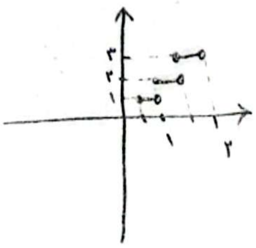
-۶

$y=[x]+[x+\frac{1}{2}]$ $D_f=[\frac{1}{2},2)$

$\frac{1}{2}\leq x<1 \to 0+1=1$

$1\leq x<\frac{3}{2} \to 1+1=2$

$\frac{3}{2}\leq x<2 \to 1+2=3$



۳ پاره خط

-۷

$\left|\frac{x+1}{ax+3}\right|<1$ $-1<\frac{x+1}{ax+3}<1$

$\frac{(1-a)x-2}{ax+3}<0$

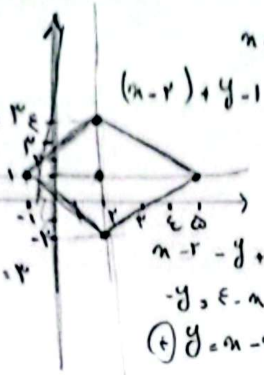
$-\frac{3}{a}$		$\frac{2}{1-a}$
$+$	$-$	$+$

$\frac{(1+a)x+4}{ax+3}>0$

$-\frac{3}{a}$		$\frac{4}{1+a}$
$+$	$-$	$+$

۸-

$|x-2|+|y-1|=3$



$(x-2)+y-1=3$

$x+y=6 \qquad y=6-x \ (1)$

(۲) $-x+2+y-1=3$

$y=x+2$

(۳) $-x+2-y+1=3$

$-x+3-y=3$

$y=-x$

$x-2-y+1=3$

$-y=4-x$

(۴) $y=x-4$

$1=2 \rightarrow 6-x=x+2$

$2x=4 \quad x=2$

$6-2=4$

$\left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right.$

$2=3 \rightarrow x+2=-x$

$2x=-2$

$x=-1$

$\left| \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right.$

$3=4 \rightarrow -x=x-4$

$2x=4$

$x=2$

$\left| \begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix} \right.$

$4=1 \rightarrow 6-x=x-4$

$2x=10$

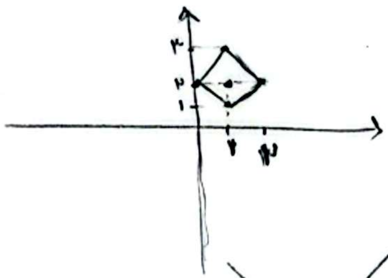
$x=5$

$\left| \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right.$

۹-

الف) $|x-1|+|y-2|=1$

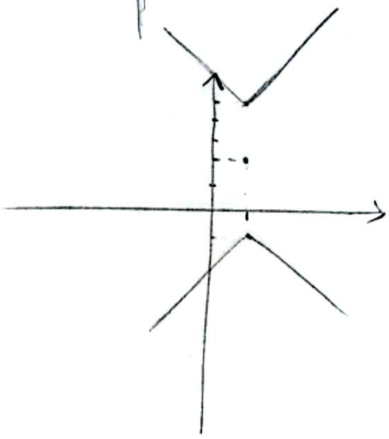
$x=1 \qquad y=2$



ب) $|x-1|-|y-2|=-3$

$|y-2|-|x-1|=3$

$y=2 \qquad x=1$



۱۰

$y=3x+|ax+b| \rightarrow (a+3)x+b \quad x>0$

$\rightarrow (3-a)x-b \quad x<0$

باید شیب ها هم علامت باشند

(۱) $a+3>0 \qquad -3<a$

(۲) $a+3<0 \qquad a<-3$

(۳) $3-a<0 \qquad 3<a$

(۴) $3-a>0 \qquad a<3$

$1, 4 \rightarrow -3<a<3$ شیب مثبت

$2, 3 \rightarrow 3<a \, , \, a<-3$ شیب منفی

$\boxed{a=\mathbb{R}-\{-3,3\}}$

$3+a>0$

$a>-3$

$3-a<0 \qquad a>3$

$\cancel{-3<a<3}$