

① اگر دانه تابع $f(t)$ بازه $[-4, 2]$ باشد دانه تابع $f(3x-2)$ ؟

$$D_{f(3x-2)} = \left[-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$$

$$-4 \leq t \leq 2 \xrightarrow{-2 \leq x \leq 2} -4 \leq 3x-2 \leq 2 \xrightarrow{-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}}$$

② اگر دانه تابع $f(3x-2)$ بازه $[-2, -6]$ باشد دانه تابع $f(x)$ ؟

$$D_{f(x)} = [-14, -8]$$

$$-2 \leq x \leq -6 \xrightarrow{-14 \leq t \leq -8} -14 \leq 3x-2 \leq -8 \xrightarrow{-14 \leq x \leq -8}$$

③ عودله تابع $x + \sqrt{x-2}$ را ۲ واحد به راست انتقال بعد نسبت به خط $y=x$ قرینه کرده تابع جدید بهیستاز ناحیه اول را در نقطه $P(8,8)$ قطع می کند ؟

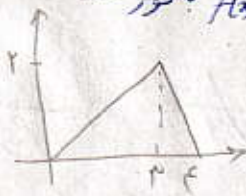
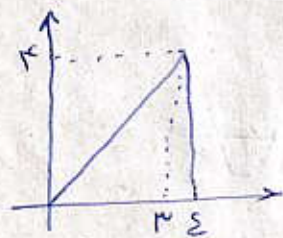
$$x + \sqrt{x-2} \xrightarrow{2 \text{ واحد به راست}} (x-2) + \sqrt{(x-2)-2} = (x-2) + \sqrt{x-4}$$

چون تابع حاصل از جمع دو تابع اکبر معکوس بر وجود آید پس این تابع معکوس خود را در بهیستاز ناحیه اول رسم قطع می کند پس با معکوس کردن محل تقاطع با بهیستاز ناحیه اول و سوم تقارن می کند

$$(x-2) + \sqrt{x-4} = x \rightarrow \sqrt{x-4} = 2 \rightarrow x-4 = 4 \rightarrow x = 8$$

عودله جدید بهیستاز ناحیه اول و سوم را فقط $P(8,8)$ قطع می کند که عرض آن ۸ است

④ شکل $g(x) = 2f(3x+1)$ مساحت سطح محدود به عودله تابع $f(x)$ با محور x ؟



$$2f(3x+1) \rightarrow f(3x+1) \rightarrow f(x+1) \rightarrow f(x)$$

$$S = \frac{2 \times 12}{2} = 12$$

۲

نقطه $A(2, 2)$ واقع بر نمودار $y = f(x)$ باشد. نقطه A' واقع بر نمودار $y = f\left(\frac{x-a}{2}\right)$ باشد. A' منطبق بر A است. اگر خط $y = 2x - 1$ از نقطه A' عبور کند؟ $a = ?$

$$y = f(x) \xrightarrow{A(2,2)} y = f(x)$$

$$y = a + 2f\left(\frac{x-a}{2}\right) \xrightarrow{y=2x-1} 2x-1 = a + 2f\left(\frac{x-a}{2}\right) \rightarrow \frac{2x-1-a}{2} = f\left(\frac{x-a}{2}\right)$$

$$y = \frac{x-a}{2} \rightarrow x-a = 2$$

$$a = x-2$$

$$\frac{2x-1-a}{2} = 2 \rightarrow 2x-1-a = 4$$

$$2x-a = 5$$

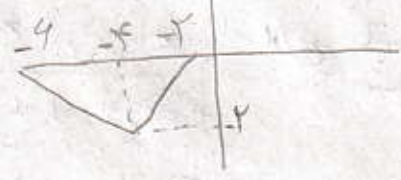
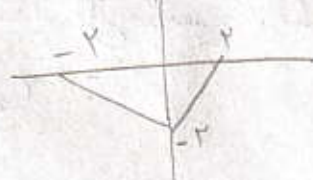
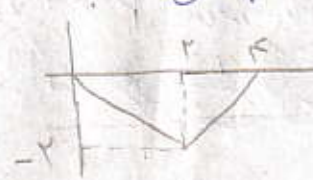
$$2(x-2) - a = 2$$

$$2x-4-a = 2$$

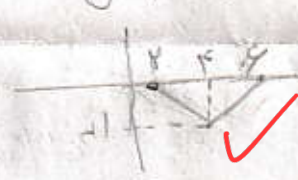
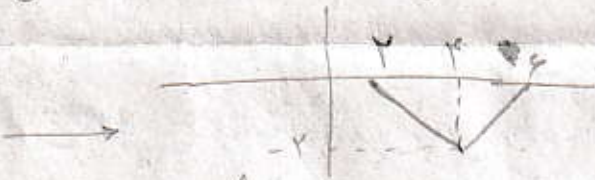
$$a = -4$$

1/5

چون A و A' منطبق است
 اگر نمودار $y = f(x-2)$ به صورت مقابل باشد $y = \frac{1}{2}f(x-2)$



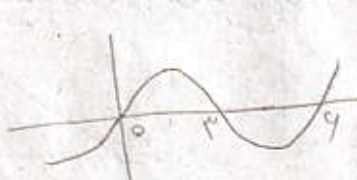
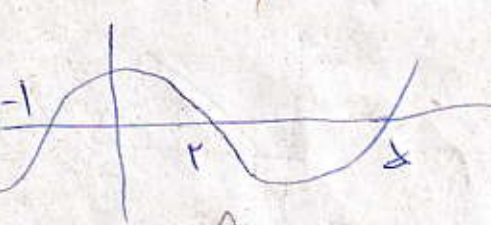
$$y = f(x-2) \rightarrow y = f(x-2) \rightarrow y = f(x) \rightarrow y = f(x+2)$$



2

$$y = f(-x+2) \rightarrow y = \frac{1}{2}f(2-x)$$

3) اگر نمودار f به صورت مقابل باشد $y = \sqrt{-(x+2)f(3x-1)}$ را رسم کنید.

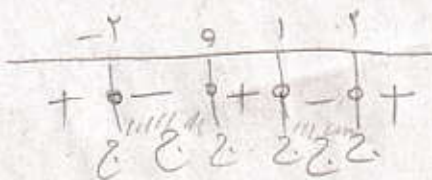


$$y = f(x) \rightarrow y = f(x-1) \rightarrow y = f(3x-1)$$

$$-(x+2)f(3x-1) \geq 0 \rightarrow (x+2)f(3x-1) \leq 0$$

$$x = -2$$

$$x = 0, 1, 2$$



$$D_y = [-2, 0] \cup [1, 2]$$

⑦ مقدار $f(x) = |2x-3|+1$ با k واحد به سمت چپ پس ۳ واحد به پایین تا نمودار g بدست آید

آنگاه بر خود روی نمودار g ها باشد مقدار k ؟ $k > 0$

$$f(x) = |2x-3|+1 \xrightarrow[k \text{ واحد به چپ}]{\text{مقدار } k} |2(x+k)-3|+1 \xrightarrow[3 \text{ واحد پایین}]{\text{مقدار } 3} g(x) = |2x+2k-3|-2$$

$$|2x+2k-3|-2 = |2x-3|+1 \xrightarrow{\text{حل برقرار روی نمودار } g} |2k-3|-2 = |-3|+1$$

$$\rightarrow |2k-3| = 4 \quad \begin{cases} 2k-3 = 4 \rightarrow k = 7/2 \quad \text{OO} \checkmark \\ 2k-3 = -4 \rightarrow k = -1/2 \quad \text{OO} \checkmark (k > 0) \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

⑧ نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ است. محور x و y را در نقاط تقاطع این رسم کنید. نقاط تقاطع f را با نمودار تابع f نشان دهید. f فقط یک نقطه مشترک داشته باشد.

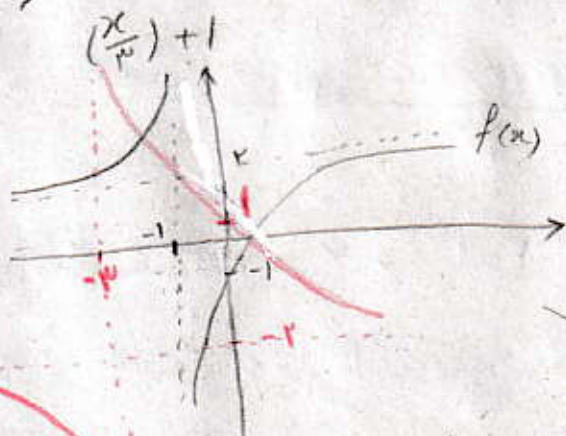
$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \xrightarrow[\text{تقاطع با محور } x]{\text{مقدار } 1} - \frac{2x-1}{x+1} \xrightarrow[\text{مقدار } 3]{\text{مقدار } 3} \frac{2(\frac{x}{3})-1}{\frac{x}{3}+1}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \quad \begin{cases} \text{محدب افقی} = \frac{a}{c} = 2 \\ \text{محدب عمودی} = -\frac{d}{c} = -1 \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{\frac{2}{3}x-1}{\frac{x}{3}+1} \quad \begin{cases} \text{محدب افقی} = \frac{a}{c} = 2 \\ \text{محدب عمودی} = -\frac{d}{c} = -3 \end{cases}$$

$$\text{فاصله از محور } x: \left| \frac{-2/3}{1/3} \right| = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} < 0$$

$$f(x) \text{ فاصله از محور } x: \left| \frac{2}{1} - \frac{1}{1} \right| = 2 - 1 > 0$$



این با توجه به شکل نمودار

باید تابع $g(x)$ واحد به بالا ببریم

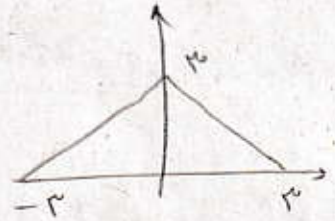
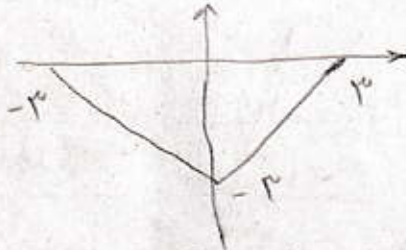
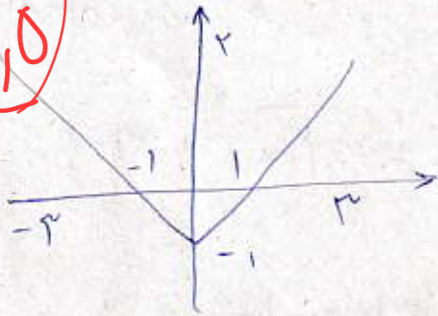
(یعنی از محدب افقی آن تا محدب افقی $f(x)$)
تا دو تابع تنها یک نقطه برخورد کنند

⑨

۹) اگر مندرجہ تابع $y_1 = -f(\frac{x}{3}) + 2$ بصورت مقابل باشد جس میں غور کر $y_2 = f(x-1)$ و

کئی خط $y=2$ کسٹم است؟

۱۵



$$y_1 = -f(\frac{x}{3}) + 2$$

$$\longrightarrow y = f(\frac{x}{3})$$

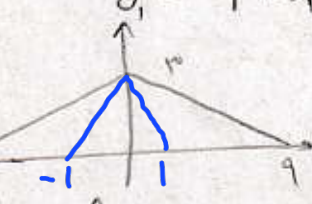
$$\longrightarrow y = f(\frac{x}{3})$$

قضیہ تالس: $\frac{AH}{AD} = \frac{BC}{MN}$

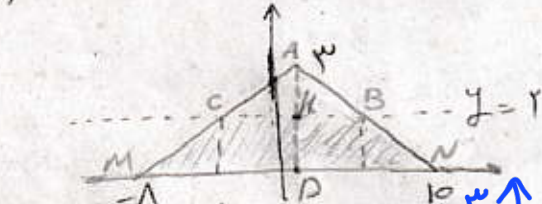
$$\frac{1}{3} = \frac{BC}{18} \Rightarrow BC = 6$$

$$S_1 = \frac{1}{3}$$

راہ ۲



طرح (حاصل) می شود



$$\longrightarrow y = f(x-1)$$

$$f(x-1) = -|\frac{1}{3}(x-1)| + 2$$

$$f(x-1) = -|\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}| + 2$$

منطق تابع $f(x)$: تابع همان x است
که خط تقاطع $y=2$ برابر شده است به محور x قرین
شده و 2 واحد انتقال عرضی به بالا پیدا کرده است
 $\rightarrow f(x) = -|\frac{1}{3}x| + 2$

حال نقطه برخورد خط $y=2$ با غور $f(x-1)$

$$-|\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}| + 2 = 2 \rightarrow |\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}| = 0$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 1 \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = -1$$

$$x = 4 \quad x = -2$$

$$S_2 = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{1 \times 6}{2} = 3$$

فاصله این دو نقطه = مابعد مثلث $ABC = 6$ و $1 = 2 - 3 = 1$ ارتفاع

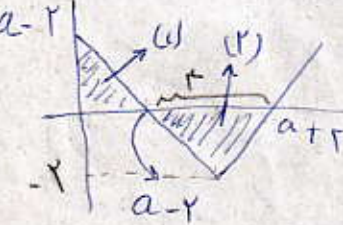
۱۰) در شکل غور $f(x) = |x-2| - 5$ رسم شده است اگر مساحت قسمت زیری $\frac{9}{4}$ باشد مقدار a ؟

$$S_{\text{زیر}} = S_{(1)} + S_{(2)} = \frac{(a-2)^2}{2} + \frac{2 \times 4}{2} = \frac{9}{4}$$

$$(a-2)^2 = 1 \Rightarrow a = 3 \text{ یا } a = 1$$

$$\rightarrow f(x) = |x-2| - 5$$

یعنی نقطه $a-2$ در سمت چپ محور y می باشد
که با توجه به شکل اینگونه است:



$$f(\frac{1}{a}) \xrightarrow{a=3} f(\frac{1}{3}) = |\frac{1}{3} - 2| - 5 = \frac{17}{3}$$

۲