

① می دانیم هر محدوده‌ای که حاوی ۲ بنویسیم ضرور باید محدوده ثابتی داشته باشد بنابراین داریم:

الف) $D_{f(x)} = [-4, 2]$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(x-2) \Rightarrow -4 \leq x-2 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \frac{-2}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow D_{f(x-2)} = \left[-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$$

ب) $D_{f(3x-2)} = [-4, 2] \Rightarrow -4 \leq 3x-2 \leq 2 \Rightarrow -12 \leq 3x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq \frac{4}{3}$

$f(x) \Rightarrow -14 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_{f(x)} = [-14, 4]$

بنابراین محدوده‌ای که حاوی ۲ قرار می‌گیرد باید در این بازه باشد

$f(x) = x + \sqrt{x-2} \xrightarrow{x \rightarrow x-2} x-2 + \sqrt{x-2} = y$

② متغیری که تابعی را نسبت به خط $y = x$ (خط یکنواختی) دارد

$\Rightarrow y-2 + \sqrt{y-2} = x \Rightarrow y-2 + \sqrt{y-2} + \frac{1}{4} + \frac{y}{4} = x$

فرم دیگری داریم معادله تابع را در آن می‌نویسیم.

چون متغیر منحل عمل تقاطع را فراموش می‌کنیم معادله‌ای درست نمی‌شود

$$\Rightarrow (\sqrt{y-2} + 1)^2 + \frac{y}{4} = x \Rightarrow (\sqrt{y-2} + 1)^2 + \frac{y}{4} = y \xrightarrow{y \rightarrow y-2} y-2 + 2\sqrt{y-2} + 1 = y - \frac{y}{4} \Rightarrow \sqrt{y-2} = \frac{y}{4} \Rightarrow y-2 = \frac{y^2}{16} \Rightarrow y = \frac{281}{44}$$

③ اگر فرض کنیم در این صورت انتقال عمودی نداریم بنابراین می‌توانیم بنویسیم که مساحت تمام $f(x)$ را محاسبه

در حقیقت متغیری با ارتفاع برابر برشینه و قاعده 12 به اندازه نصف حاصل می‌شود

$0 \leq x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow y_{max} = 2$

$\Rightarrow S = \frac{2 \times 12}{2} = 12$

$x=0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow D = 12 - 0 = 12$

$x=4 \Rightarrow f(4) = 0 \Rightarrow f(4) = 0$

$A'(B, 2\beta - \alpha)$

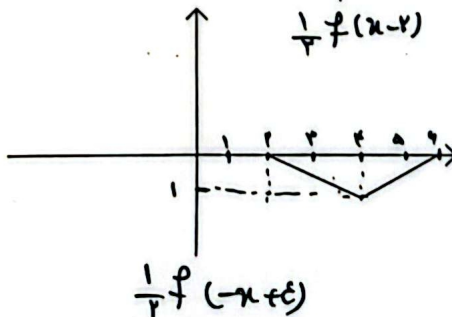
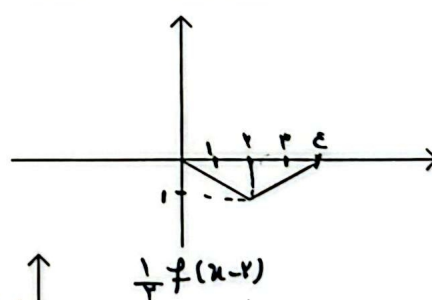
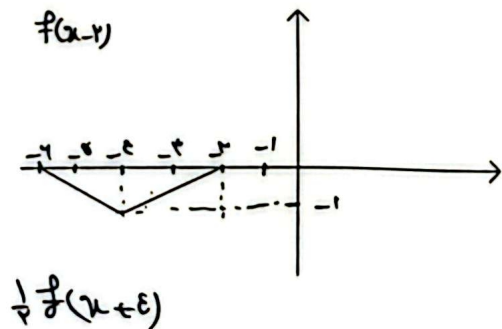
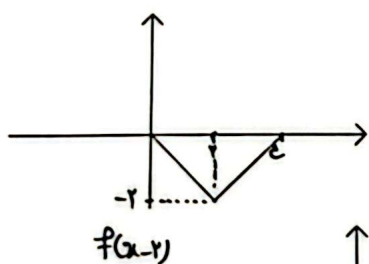
$\Rightarrow f(x) = -3 \Rightarrow \frac{\beta - \alpha}{\gamma} = 2 \Rightarrow \beta - \alpha = 4$

متغیری نقطه نزدیک تابع با نقطه از تابع دیگر مشتق است که

$\alpha + 2f(2) = 2\beta - \alpha \Rightarrow \alpha - 4 = 2\beta - \alpha \Rightarrow 2 = 2\beta - \alpha$

برای x می‌تواند مشتق خود را بر روی x بنویسیم

$\Rightarrow \begin{cases} \beta - \alpha = 4 \\ 2\beta - \alpha = 2 \end{cases} \Rightarrow \beta = -2 \Rightarrow \alpha = -4$



⑤

$$-(x+2)f(2x-1) \Rightarrow (x+2)f(2x-1) \Leftarrow$$

(6)

$$f(x) \Rightarrow \begin{cases} f(-1)=0 \Rightarrow 2x-1=-1 \Rightarrow x=0 \\ f(1)=0 \Rightarrow 2x-1=1 \Rightarrow x=1 \\ f(0)=0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x=1/2 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-1, 0] \cup [1, 2]$$

$$f(x) = |2x-3|+1 \xrightarrow{x \rightarrow x+k} |2x+2k-3|+1 \xrightarrow{y \rightarrow y-2} |2x+2k-3|-2 = g(x) \quad (7)$$

وقتی نقطه بر محور روی محور y ها است یعنی x این برابر صفری باشد

$$g(x) = f(x) \xrightarrow{x=0} |2k-3|-2 = |-3|+1-2 \Rightarrow |2k-3|=4 \Rightarrow \begin{cases} 2k-3=4 \Rightarrow 2k=7 \Rightarrow k=7/2 \\ 2k-3=-4 \Rightarrow 2k=-1 \Rightarrow k=-1/2 \end{cases}$$

$$y \rightarrow -y \Rightarrow \frac{1-2x}{x+1} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x}{k}} \frac{1-\frac{2x}{k}}{\frac{x}{k}+1} = \frac{k-2x}{x+k} \xrightarrow{y \rightarrow y+k} \frac{k-2x}{x+k} + k \quad (8)$$

$$= \frac{k-2x+kx+2k}{x+k} = \frac{(k-2)x+2k+k}{x+k} = \frac{2x-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow (k-2)x^2 + (3k+2)x + (k-2)x + 2k+2 = 2x^2 + 4x - x - 2$$

$$\Rightarrow (k-2)x^2 + (3k+1)x + 2k+2 = 2x^2 + 5x - 2$$

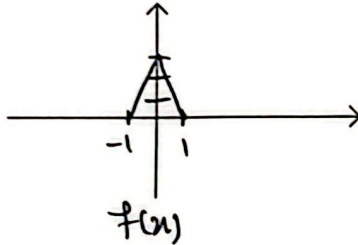
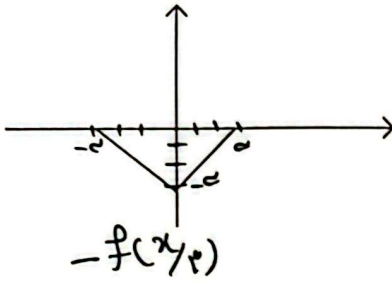
$$\Rightarrow (k-4)x^2 + (3k-4)x + 2k+4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 14k^2 - 22k + 14 - 4(k-4)(3k+4) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - (k-4)(3k+4) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - (3k^2 - 4k - 16) = 0$$

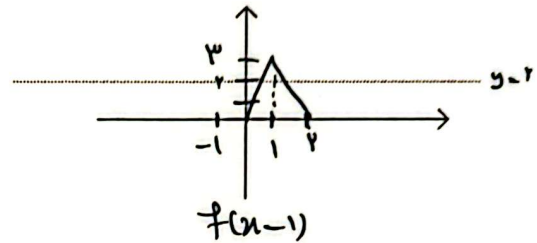
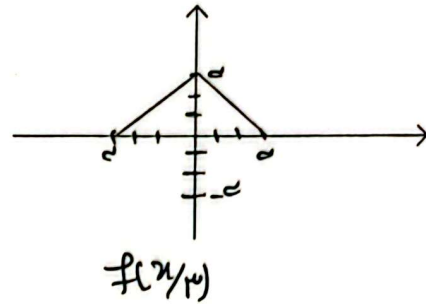
$$\rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - 3k^2 + 4k + 16 = 0 \Rightarrow k^2 - 2k + 20 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{حله ندارد}$$

9



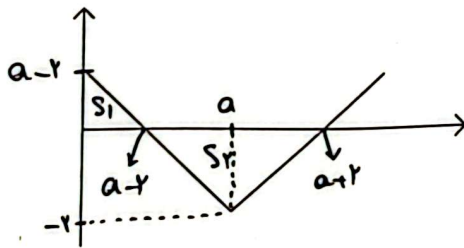
$$K = \frac{1}{r} \Rightarrow K^r = \frac{1}{r}$$

$$S_{\text{tri}} = \frac{r \times r}{2} = r \Rightarrow \boxed{S_{\text{tri}} = \frac{r}{2}}$$



طبق کتاب مساحت مثلث کج یک کر را می یابیم:

10



$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \times (a-r)^2 \quad \Rightarrow \quad S_1 + S_2 = r + \frac{1}{2} (a-r)^2 = \frac{1}{2} \\ S_2 &= \frac{1}{2} \times r \times r = r \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} (a-r)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow (a-r)^2 = 1 \\ \Rightarrow \quad \begin{cases} a-r = 1 \Rightarrow a = 2 \\ a-r = -1 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{r}\right) = \left| \frac{1}{2} - r \right| - r = \boxed{\frac{r}{2}}$$