۱۹

نام و نام خانوادگی ......آترین جابلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ کلاس ....دوازدهم تجربی......

۱

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ $\quad \boxed{D_{gof} = \{17\}} \leftarrow \boxed{x=17}$

$\to \log_2(x-1) \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq 2$

$, \ x-1>0 \Rightarrow x>1 \xrightarrow{\cap} D_f = [2,+\infty)$ $\quad \log_2(x-1)=4$

$-x^2+4x-4 \geq 0 \to (x-2)^2 \leq 0 \to x=2 \to \boxed{D_g=\{2\}} \to \sqrt{\log_2(x-1)}=2$

۲

۲

$fog(x) = gof(x) \to f(x^2-3x+8) = g(2x-5)$

$\to 2(x^2-3x+8)-5 = (2x-5)^2 - 3(2x-5)+8$

$\to 2x^2-20x+37=0 \to S=\frac{-b}{a}=10 \ , \ P=\frac{c}{a}=\frac{37}{2}$

$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2-2P = 100-37 = 63$

۲

۳

$g(f(x)) = g(2x) = 5x^2+11 \xrightarrow[x=\frac{t}{2}]{2x=t} g(t) = \frac{5t^2}{4}+11$

$\to g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

۲

$g(x-7) = \frac{5}{4}(x-7)^2+11 \longrightarrow g(7-7)=g(0)=11$ | کمترین مقدار

کمترین مقدار زمانی است که داخل پرانتز صفر شود ← $x=7$

۴

$f(x)=3x-4$

$fog(x) = 3x^2-6x-1$ $\quad gof(x) = (3x-5)^2 = 9x^2+25-30x$

$f(g(x)) = 3x^2-6x-1 \longrightarrow 3t-4 = 3x^2-6x-1 \to 3t = 3x^2-6x+3$

$\to t = x^2-2x+1 \longrightarrow g(x) = x^2-2x+1 \neq (x-1)^2$

۱

۵

$2g(x) = 3f(x)-14$ $\quad f-g = \frac{2}{3}g(x)+\frac{14}{3}-g(x) = -x+5$ طبق نمودار

$\to f(x) = \frac{2}{3}g(x)+\frac{14}{3}$ $\quad \to -\frac{1}{3}g(x)+\frac{14}{3} = -x+5 \to \boxed{g(x)=3x-1}$

$\to f(x) = \frac{2}{3}(3x-1)+\frac{14}{3} \to \boxed{f(x)=2x+4}$

۲

$fog = f(3x-1) = 2(3x-1)+4 = 6x+2 \to fog(x)=0=6x+2 \to x=-\frac{1}{3} \to \boxed{a=-\frac{1}{3}}$

۶

$g(x)=\log_3 x \to x>0$

$f(x)=9^x=3^{2x}$

$f\circ g(x)\le g\circ f(x)$

$3^{2\log_3 x}\le \log_3 3^{2x}$

$\to 3^{(\log_3 x)^2}\le 2x \to x^2\le 2x$

$\to x^2-2x\le 0 \xrightarrow{+\;0\;-\;2\;+} 0\le x\le 2 \xrightarrow{\cap D_g} 0<x\le 2 \to \underline{x=1,2}$ ۲ عدد صحیح

۲

۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2} \to f\left(x-\frac{2}{x}\right)=\left(x^2+\frac{4}{x^2}-4\right)+\left(x-\frac{2}{x}\right)$

$\frac{x^2-2}{x}=x-\frac{2}{x}=t \to t^2=x^2+\frac{4}{x^2}-4 \to f(t)=(t^2)+(t)$

$\to f(t)=t^2+t \to \underline{f(x)=x^2+x}$

۲

۸

$f\circ g=\log_2^{8x-x^2}$

$8x-x^2>0 \to x\in(0,8) \to D_{f\circ g}=(0,8)=A$

$R_{f\circ g}:\ g(x)=-x^2+8x \xrightarrow{max} x=\frac{-b}{2a}=4 \to g(4)=-16+32=16$

$f(g(x))=\log_2^{g(x)} \xrightarrow{g(x)>0} B=(-\infty,4] \to A\cap B=(0,8)\cap(-\infty,4]$

$=(0,4] \to \{1,2,3,4\}$ ۴ عدد صحیح

۲

۹

$f\circ f(x)=1-3f^2(x)$

$g(x)=x-1$

$h(x)=x^3+2x+1$

دو تابع را برابر قرار می‌دهیم

$\Rightarrow t^3-3t^2+5t-2=1-3t^2 \to t^3+5t-3=0$

تعداد ریشه‌ها برابر یکیست ← تابع اکیداً صعودی است

$h(g(x))=(x-1)^3+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2=f(x)\ ,\ f(t)=t^3-3t^2+5t-2$

$\to f(x)=0$

$f\circ f=f(f(x)) \xrightarrow{f(x)=t} f(t)=1-3t^2$

$\boxed{\text{۱ ریشه دارد}}$

۲

۱۰

$f(x)=x-\frac{4}{x}$

$g\circ f(x)=ax^2+2x$

$g(3)=8$

$a=?$

$x-\frac{4}{x}=3 \to x^2-3x-4=0 \to \underline{x=-1,4}$

$x=-1 \to -a-2=8 \to \underline{a=-10}$

$x=4 \to 16a+8=8 \to \underline{a=0}$

۲