نام و نام خانوادگی کوروش شیرانی فر پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ کلاس دوازدهم A

۱

$D_f: \underset{(I)}{x>1}$ و $\log_2^{x-1} \geq 0 \Rightarrow x-1 \geq 1 \Rightarrow \underset{II}{x \geq 2} \Rightarrow D_f=[2,+\infty)$

$D_g: -x^2+4x-4 \geq 0 \Rightarrow x^2-4x+4 \leq 0 \Rightarrow (x-2)^2 \leq 0 \Rightarrow x=2=D_g$

$D_{gof}=\{\underbrace{x \in D_f}_{① \; x \geq 2} / \underbrace{f(x) \in D_g}\}$

$\sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \log_2^{x-1}=4 \Rightarrow x-1=16 \Rightarrow x=17$ ②

$① \cap ② \Rightarrow D_{gof}=\{17\}$

۲

$f(g(x))=f(x^2-3x+8)=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$g(f(x))=g(2x-5)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-26x+48$

$2x^2-6x+11=4x^2-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0$

$\boxed{\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=10 \quad \alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{37}{2}}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(10)^2-37=\boxed{63}$

۳

$\left.\begin{matrix} g(f(x))=5x^2+11 \\ f(x)=2x \end{matrix}\right\} \Rightarrow g(2x)=5x^2+11$

$2x=t \Rightarrow \frac{t}{2}=x \Rightarrow g(t)=\frac{5t^2}{4}+11 \Rightarrow g(x)=\frac{5}{4}x^2+11$

$g(x-7)=\frac{5}{4}\times(x-7)^2+11 \xrightarrow[\text{باشد باید } x=7 \text{ باشد}]{\text{برای اینکه حداقل}} \frac{5}{4}\times 0+11=\boxed{11}$

۴

$\boxed{f(x)=3x-4 \quad fog=3x^2-6x-1}$ $f(g)=3g-4=3x^2-6x-1$

$\Rightarrow 3g=3x^2-6x+3 \Rightarrow g=x^2-2x+1$

$g(f(x))=g(3x-4)=(3x-4)^2-2(3x-4)+1=\boxed{9x^2-30x+25}$

۵

$f(x)-g(x)=-x+5 \xrightarrow{\times 2} 2f(x)-2g(x)=-2x+10 \Big\} \ominus$

با توجه به شکل

$3f(x)-2g(x)=14$

$-f(x)=-2x-4 \Rightarrow f(x)=2x+4$

$\xrightarrow{f(x)=2x+4} 2x+4-g(x)=-x+5 \Rightarrow g(x)=3x-1$

$f(g(x))=f(3x-1)=2(3x-1)+4=6x+2 \xrightarrow[y=0 \text{ قرار دهیم}]{\text{برای بدست آمدن } a}$

$6x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}=a$

$f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3 x \quad f(g(x))=f(\log_3 x)=9^{\log_3 x}=x^2$

$g(f(x))=g(9^x)=\log_3 9^x=2x$ ۶

$f\circ g(x)\leq g\circ f(x) \Rightarrow x^2\leq 2x \rightarrow x^2-2x\leq 0 \rightarrow x(x-2)\leq 0$

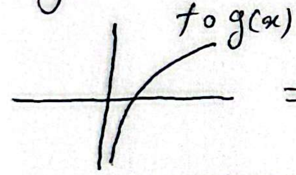
$\begin{array}{ccccc} & 0 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \rightarrow x\in[0,2] \longrightarrow 0,1,2 \longrightarrow$ ۳ عضو صحیح

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=x^2+\frac{4}{x^2}-4+x-\frac{2}{x}$

$=\underbrace{\frac{x^4-4x^2+4}{x^2}}_{\left(\frac{x^2-2}{x}\right)^2}+\frac{x^2-2}{x} \Rightarrow f(x)=x^2+x$ ۷

$f(x)=\log_2 x \quad g(x)=8x-x^2 \rightarrow f(g(x))=\log_2 (8x-x^2)$

$D_{fog}: 8x-x^2>0 \rightarrow x(-x+8)>0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & 8 & \\ - & | & + & | & - \end{array} \rightarrow D_{fog}=(0,8)=A$ ۸



$\Rightarrow R_{fog}=\mathbb{R}=B \Rightarrow A\cap B=(0,8) \rightarrow$ $\boxed{۷}$ عضو صحیح

$f\circ f(x)=1-3f^2(x) \quad g(x)=x-1 \quad h(x)=x^3+2x+1$

$f(f(x))=1-3f^2(x) \rightarrow f(x)=1-3x^2$ و $h(g(x))=(x-1)^3+2(x-1)+1$

$=x^3-3x^2+3x-1+2x-2+1=x^3-3x^2+5x-2$ ۹

$h(g(x))=f(x) \Rightarrow x^3-\cancel{3x^2}+5x-2=1-\cancel{3x^2} \Rightarrow x^3+5x-3=0$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} 3x^2+5>0 \Rightarrow$ عبارت همواره صعودی است $\Rightarrow$ $\boxed{\text{فقط یک ریشه دارد}}$

$f(x)=x-\frac{4}{x} \quad g\circ f(x)=ax^3+2x \rightarrow g\left(x-\frac{4}{x}\right)=ax^3+2x$

$\xrightarrow{g(3)=8} x-\frac{4}{x}=3 \Rightarrow x^2-3x-4=0 \rightarrow (x-4)(x+1)=0 \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases}$ ۱۰

$x=4 \rightarrow 64a+8=8 \rightarrow \boxed{a=0}$

$x=-1 \rightarrow -a-2=8 \rightarrow -a=10 \rightarrow \boxed{a=-10}$