ادمین سوری ۱۷

۱)

$f(x)=\sqrt{\log_2^{(x-1)}} \quad , g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}=\sqrt{-(x-2)^2}$

$gof(x)=g(f(x))=\sqrt{-(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2} \longrightarrow -(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2\geqslant 0 \quad (\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2\leqslant 0$

$(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2=0 \longrightarrow \sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \to \log_2^{x-1}=4 \quad x-1=16 \quad x=17$

$D_{gof(x)}=\{17\}$ ۲

$\log_2^{x-1}\geqslant 0 \quad x-1>0 \quad x>1, \quad x-1\geqslant 1 \quad x\geqslant 2$

۲)

$gof(x)=g(2x-5)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2+25-20x-6x+15+8=4x^2-26x+48$ ۱

$gof(x)=fog(x) \to 4x^2-26x+48=2x^2-6x+11 \to 2x^2-20x-\cancel{37}=0$ $+37$

$fog(x)=f(x^2-3x+8)=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=100+37=137 \longrightarrow 100-37=63$

۳)

$gof=g(2x)=5x^2+11 \quad 2x=t \to x=t/2 \quad 5x^2+11=\frac{5t^2}{4}+11 \to g(t)$

$g(x)=\frac{5x^2}{4}+11 \quad g(x-7)=\frac{5(x-7)^2}{4}+11=\frac{5x^2-70x+245}{4}+11=\frac{5x^2-70x+289}{4}$

$-b/2a=7 \to y=5\times 49-70\times 7+289=44 \to 44/4=11$ ۲

۴)

$f(x)=3x-4 \to fog=3g-4 \quad fog(x)=3x^2-6x-1 \quad 3g-4=3x^2-6x-1$

$3g=3x^2-6x+3 \to g=x^2-2x+1 \quad gof(x)=(3x-4)^2-2(3x-4)+1=9x^2+16-24x-6x+8+1$

$=9x^2-30x+25$ ۲

۵) ۰

$f(x)=2x+4 \quad g(x)=3x-1$

$fog(x)=6x+2 \quad fog(x)=y=\frac{2}{a}x-2$

$\frac{2}{a}x-2=6x+2 \longrightarrow a=-\frac{1}{3}$

CS CamScanner

آرمین نوری

۶)

$f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3^x \quad fog(x)=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2$

$gof(x)=\log_3^{9^x}=2x \qquad gof(x)\geq fog(x) \rightarrow 2x\geq x^2 \quad 2x-x^2\geq 0$

$x(2-x)\geq 0$

$\underline{[0,2]}$ ✓ ۲

---

۷)

$f(\underbrace{x-\frac{2}{x}}_{t})=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=(x-\frac{2}{x})^2+x-\frac{2}{x} \qquad f(t)=t^2+t$

$\underline{f(x)=x^2+x}$ ✓ ۲

---

۸)

$f(g(x))=f(8x-x^2)=\log_2^{8x-x^2} \qquad 8x-x^2>0 \qquad x(8-x)>0$

$-\frac{b}{2a}=4 \rightarrow y=32-16=16 \qquad \log_2^{16}=4 \qquad D_{fog}=(0,8)=\alpha$

$R_{fog}=(-\infty,4]=\beta$

$\alpha\cap\beta=(0,4] \rightarrow 1,2,3,4 \rightarrow$ ۴ عدد صحیح ✓ ۲

---

۹)

$h(x)=x^3+2x+1 \quad g(x)=x-1 \quad fof(x)=1-3f(x)^2 \rightarrow f(x)=1-3x^2$

$hog(x)=h(x-1)=(x-1)^3+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2$

$x^3-3x^2+5x-2=1-3x^2 \rightarrow x^3+5x-3=0$ ✓ تابع اکیداً صعودی $\rightarrow$ $\underline{\text{یک ریشه}}$ ۲

---

۱۰)

$f(x)=x-\frac{4}{x} \quad gof(x)=ax^3+2x \rightarrow g(x-\frac{4}{x})=ax^3+2x$

$x=-1\rightarrow g(3)=-a-2=8 \rightarrow a=-10 \qquad x-\frac{4}{x}=3 \quad x^2-3x-4=0 \quad x=-1,\ x=4$

$x=4\rightarrow g(3)=64a+8=8 \rightarrow a=0$ ✓

۲