امین سوری

۱)

$f(x) = \sqrt{\log_{۲}^{(x-۱)}} \quad , g(x) = \sqrt{-x^{۲}+۴x-۴} = \sqrt{-(x-۲)^{۲}}$

$gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{-(\sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}-۲)^{۲}} \longrightarrow -(\sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}-۲)^{۲} \geq ۰ \quad . \quad (\sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}-۲)^{۲} \leq ۰$

$(\sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}-۲)^{۲} = ۰ \rightsquigarrow \sqrt{\log_{۲}^{x-۱}} = ۲ \rightarrow \log_{۲}^{x-۱} = ۴ \quad x-۱ = ۱۶ \quad x = ۱۷$

$\log_{۲}^{x-۱} \geq ۰ \quad x-۱ > ۰ \quad x > ۱ , \quad x-۱ \geq ۱ \quad x \geq ۲ \qquad D_{gof(x)} = \{۱۷\}$

۲)

$gof(x) = g(۲x-۵) = (۲x-۵)^{۲} - ۳(۲x-۵) + ۸ = ۴x^{۲} + ۲۵ - ۲۰x - ۶x + ۱۵ + ۸ = ۴x^{۲} - ۲۶x + ۴۸$

$gof(x) = fog(x) \rightsquigarrow ۴x^{۲} - ۲۶x + ۴۸ = ۲x^{۲} - ۶x + ۱۱ \rightarrow ۲x^{۲} - ۲۰x - ۳۷ = ۰$

$fog(x) = f(x^{۲} - ۳x + ۸) = ۲(x^{۲} - ۳x + ۸) - ۵ = ۲x^{۲} - ۶x + ۱۱$

$\alpha^{۲} + \beta^{۲} = S^{۲} - ۲P = ۱۰۰ + ۳۷ = \underline{۱۳۷}$

۳)

$gof = g(۲x) = ۵x^{۲} + ۱۱ \quad ۲x = t \rightsquigarrow x = t/۲ \quad ۵x^{۲} + ۱۱ = \frac{۵t^{۲}}{۴} + ۱۱ \rightsquigarrow g(t) .$

$g(x) = \frac{۵x^{۲}}{۴} + ۱۱ \quad g(x-۷) = \frac{۵(x-۷)^{۲}}{۴} + ۱۱ = \frac{۵x^{۲} - ۷۰x + ۲۴۵}{۴} + ۱۱ = \frac{۵x^{۲} - ۷۰x + ۲۸۹}{۴}$

$-b/۲a = ۷ \rightsquigarrow y = ۵ \times ۴۹ - ۷۰ \times ۷ + ۲۸۹ = ۴۴ \rightsquigarrow \underline{۴۴/۴ = ۱۱}$

۴)

$f(x) = ۳x - ۴ \rightsquigarrow fog = ۳g - ۴ \quad fog(x) = ۳x^{۲} - ۶x - ۱ \quad ۳g - ۴ = ۳x^{۲} - ۶x - ۱$

$۳g = ۳x^{۲} - ۶x + ۳ \rightsquigarrow g = x^{۲} - ۲x + ۱ \quad gof(x) = (۳x-۴)^{۲} - ۲(۳x-۴) + ۱ = ۹x^{۲} + ۱۶ - ۲۴x - ۶x + ۸ + ۱$

$= \underline{۹x^{۲} - ۳۰x + ۲۵}$

۵)

آرمین موری

۶)

$f(x) = 9^x \quad g(x) = \log_3^x \quad fog(x) = 9^{\log_3^x} = x^{\log_3^9} = x^2$

$gof(x) = \log_3^{9^x} = 2x \qquad gof(x) \geq fog(x) \rightarrow 2x \geq x^2 \quad 2x - x^2 \geq 0$

$x(2-x) \geq 0$

$$\begin{array}{ccccc} & 0 & & 2 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$$

$\boxed{[0,2]}$

---

۷)

$\underbrace{f(x - 2/x)}_{t} = x^2 + x - 4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = (x - 2/x)^2 + x - 2/x \qquad f(t) = t^2 + t$

$\underline{f(x) = x^2 + x}$

---

۸)

$f(g(x)) = f(8x - x^2) = \log_2^{8x - x^2} \qquad 8x - x^2 > 0 \qquad x(8-x) > 0$

$$\begin{array}{ccccc} & 0 & & 8 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$$

$-b/2a = 4 \rightarrow y = 32 - 16 = 16 \qquad \log_2^{16} = 4 \qquad D_{fog} = (0,8) = \alpha \qquad R_{fog} = (-\infty, 4] = \beta$

$\alpha \cap \beta = (0,4] \rightarrow 1,2,3,4 \rightarrow$ ۴ عدد صحیح

---

۹)

$h(x) = x^3 + 2x + 1 \quad g(x) = x - 1 \quad fof(x) = 1 - 3f(x)^2 \rightarrow f(x) = 1 - 3x^2$

$hog(x) = h(x-1) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

$x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0$ $\xrightarrow{\text{تابع اکیداً صعودی}}$ $\underline{\text{یک ریشه}}$

---

۱۰)

$f(x) = x - 4/x \qquad gof(x) = ax^3 + 2x \rightarrow g(x - 4/x) = ax^3 + 2x$

$x = -1 \rightarrow g(3) = -a - 2 = 8 \rightarrow a = -10$

$x = 4 \rightarrow g(3) = 64a + 8 = 8 \rightarrow a = 0$

$x - \frac{4}{x} = 3 \qquad x^2 - 3x - 4 = 0 \qquad x \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$