نام و نام خانوادگی ...بردیا بیدبیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..8.. کلاس حسابان دهم ر A........

۱

$f(x)=\sqrt{\log_2(x-1)}$ و $g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}=\sqrt{-(x-2)^2}$ → فقط یک جواب دارد عددی که آن را صفر کند

$g\circ f(x)=g(f(x))=\sqrt{-(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2} \longrightarrow -(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2\geq 0 \xrightarrow{\times -1} (\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2\leq 0$

توان ۲ هیچ گاه منفی نمی شود و فقط صفر می شود $\longrightarrow (\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2=0 \longrightarrow \sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \longrightarrow \log_2^{x-1}=4 \to x-1=16 \to x=17$

$\log_2^{x-1}\geq 0$ و $x-1>0 \to x>1 \mid x-1\geq 1 \to x\geq 2$ ✓

باید چک بکنیم که آیا در دامنه $f(x)$ است یا نیز

$D_{g\circ f(x)}=\{17\}$

۲

$f(x)=2x-5$ و $g(x)=x^2-3x+8$ و $f\circ g(x)=f(g(x))=f(x^2-3x+8)=2(x^2-3x+8)-5$

$g\circ f(x)=g(f(x))=g(2x-5)=\underbrace{(2x-5)^2}_{4x^2+25-20x}-\underbrace{3(2x-5)}_{6x-15}+8=4x^2+25-20x-6x+15+8=4x^2-26x+48$; $=2x^2-6x+11$

$g\circ f(x)=f\circ g(x) \to 4x^2-26x+48=2x^2-6x+11 \longrightarrow 2x^2-20x+37=0$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=10^2-2\times\frac{37}{2}=100-37=\underline{63}$

$S=-\frac{b}{a}=\frac{20}{2}=10 \quad P=\frac{c}{a}=+\frac{37}{2}$

۳

$g\circ f(x)=g(f(x))=g(2x)=5x^2+11$, $2x=t \to x=\frac{t}{2} \longrightarrow 5x^2+11=\frac{5t^2}{4}+11 \to =g(t)$

$f(x)=2x$

$g(x)=\frac{5x^2}{4}+11 \longleftarrow$ اکنون بجای t، x می گذاریم تا $g(x)$ بدست آید

$g(x-7)=\frac{5(x-7)^2}{4}+11=\frac{5(x^2+49-14x)}{4}+11=\frac{5x^2-70x+245}{4}+11=\frac{5x^2-70x+289}{4}$

برای اینکه کمترین مقدار را بدست آوریم ⟶ باید کمترین مقدار تابع را بدست آوریم ⟶ یعنی راس را

$x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{70}{10}=7$

جایگذاری $y_S=5\times 7^2-70\times 7+289=\underline{44}$

کمترین مقدار $g(x-7)$ $\longrightarrow =\frac{44}{4}=\underline{11}$

۴

$f(x)=3x-4$, $f(g(x))=\underbrace{3x^2-6x}_{3(x^2-2x)}-1$

$\downarrow$

$f(g)=3g-4$

$\Longrightarrow 3g-4=3x^2-6x-1 \to 3g=3x^2-6x+3$

$\to g=x^2-2x+1$

$g(f(x))=\underbrace{(3x-4)^2}_{9x^2+16-24x}-\underbrace{2(3x-4)}_{6x-8}+1=9x^2+16-24x-6x+8+1=\underline{9x^2-30x+25}$

۵

$f(x)-g(x)=-x+5 \xrightarrow{\times 2} 2f(x)-2g(x)=-2x+10$

$3f(x)-2g(x)=14$

$3f(x)-2g(x)=14$

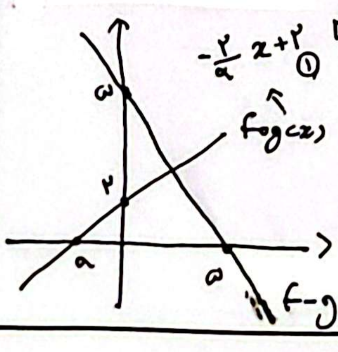
$-f(x)=-2x-4 \to f(x)=+2x+4$

$g(x)=3x-1$

$-\frac{2}{a}x+2$ ①

$\uparrow$

$f\circ g(x)$



$f(g(x))=2(3x-1)+4=6x+2$ ②

① و ② $\longrightarrow -\frac{2}{a}=6 \to a=-\frac{1}{3}$

$f(x)=9^x \ , \ g(x)=\log_3^x \ , \ fog(x)=f(g(x))=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2$

$gof(x)=g(f(x))=\log_3^{9^x}=2x$

$gof(x)\geq fog(x) \rightarrow 2x\geq x^2 \rightarrow 2x-x^2\geq 0 \rightarrow x(2-x)\geq 0$ ۶

تعیین علامت

	0		2	
$-$		$+$		$-$

باید دقت کنیم که $x=0$ در دامنه قرار ندارد زیرا $g(x)$ و آنرا نمی‌پذیرد $\leftarrow$ $(0,2]$ $\leftarrow$ محدوده جواب

$\downarrow$ ۱و۲ / ۲ عضو صحیح

$f(\frac{x^2-2}{x})=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=\underbrace{(x-\frac{2}{x})^2}_{x^2+\frac{4}{x^2}-4}+x-\frac{2}{x} \rightarrow f(t)=t^2+t$

$x-\frac{2}{x}=t$

$\boxed{f(x)=x^2+x}$ ۷

$f(x)=\log_2^x \ , \ g(x)=8x-x^2 \ , \ fog(x)=f(g(x))=f(8x-x^2)=\log_2^{8x-x^2}$

$8x-x^2>0 \rightarrow x(8-x)>0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$

	0		8	
$-$		$+$		$-$

$\rightarrow D_{fog}=(0,8)=A$

برای بدست آوردن برد باید بیشترین مقدار $8x-x^2$ را بدست آورد $\rightarrow$ رأس سهمی $x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{-8}{-2}=4$

$y_s=8\times4-4^2=32-16=16$

$\rightarrow \log_2^{16}=4 \rightarrow$ بیشترین مقدار عبارت و کمترین مقدار هم $-\infty$ می‌شود $\rightarrow R_{fog}=(-\infty,4]=B$

$A\cap B=(0,4] \rightarrow$ ۱و۲و۳و۴ $\boxed{\text{۴ عدد صحیح}}$

$h(x)=x^3+2x+1 \ , \ g(x)=x-1 \ , \ f(f(x))=1-3f^2(x) \rightarrow f(x)=1-3x^2$

$h(g(x))=h(x-1)=\underbrace{(x-1)^3}_{x^3-3x^2+3x-1}+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2$

$x^3-3x^2+5x-2=1-3x^2 \rightarrow x^3+5x-3=0 \rightarrow$ با توجه به اینکه یک عبارت درجه ۳ داریم و می‌دانیم که ۹

تابع درجه ۳ فقط یکبار محور x را قطع می‌کند پس عبارت ۱ ریشه دارد.

$f(x)=x-\frac{4}{x} \ , \ g(f(x))=ax^3+2x \rightarrow g(x-\frac{4}{x})=ax^3+2x$

$x-\frac{4}{x}=3 \rightarrow x^2-3x-4=0 \rightarrow x=-1 \ , \ x=4$

$if \ x=-1 \rightarrow g(3)=-a-2=8 \rightarrow \boxed{a=-10}$

$if \ x=4 \rightarrow g(3)=64a+8=8 \rightarrow 64a=0 \rightarrow \boxed{a=0}$ ۱۰