۱۳٫۷۵

نام و نام خانوادگی ...طاها حق جویی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۸... کلاس دوازدهم ریاضی A

۱

$D_{gof} = \{x \mid x \in D_f ,\ f(x) \in D_g\}$ $\quad D_f \begin{cases} x-1>0 \to x>1 \\ \log_{۲}^{x-1} \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq ۲ \end{cases} \to x \geq ۲$

$D_g: -x^۲+۴x-۴ \geq 0 \to$ (۲) $\Rightarrow x=۲ \Rightarrow f(x)=۲=\sqrt{\log_{۲}^{x-1}}$

$\to ۴=\log_{۲}^{x-1} \to x-1=۲^۴=۱۶ \to D_{fog}=\{۱۷\}$ ✓

$x=۱۷$

(۲)

۲

$fog(x)=۲x^۲-۶x+۱۶-۵=۲x^۲-۶x+۱۱$

$gof(x)=(۲x-۵)^۲-۳(۲x-۵)+۸=۴x^۲-۲۶x+۴۸$

$fog(x)=gof(x) \Rightarrow ۴x^۲-۲۶x+۴۸=۲x^۲-۶x+۱۱ \to ۲x^۲-۲۰x+۳۷=0$

$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2=-\frac{-۲۰}{۲}=+۱۰ \\ x_1 . x_2=\frac{۳۷}{۲} \end{array}\right\} \to (x_1+x_2)^۲-۲x_1 . x_2 = x_1^۲+x_2^۲=(۱۰)^۲-۲\left(\frac{۳۷}{۲}\right)=۶۳$ ✓

(۲)

۳

$f(x)=۲x=t \to \frac{t}{۲}=x \to g(t)=۵\left(\frac{t}{۲}\right)^۲+۱۱=\frac{۵t^۲}{۴}+۱۱$

$\to g(x-۷)=\frac{۵(x^۲-۱۴x+۴۹)+۴۴}{۴}=\frac{۵x^۲-۷۰x+۲۸۹}{۴} \to -\frac{b}{۲a}=\frac{\frac{۷۰}{۴}}{\frac{۵}{۲}}=۷$

$\to \frac{۵(۴۹)-۷۰(۷)+۲۸۹}{۴}=۱۱$ ✓

(۲)

۴

$۳g(x)-۴=۳x^۲-۶x-1 \to ۳g(x)=۳x^۲-۶x+۳ \to g(x)=x^۲-۲x+1$

$gof(x)=(۳x-۴)^۲-۲(۳x-۴)+1=۹x^۲-۳۰x+۳۵$ → ۲۵

(۱٫۷۵)

۵

$f-g(x)=-x+۵ ,\ fog(x)=\frac{۲x}{-a}+۲ ,\ g(x)=\frac{۳}{۲}f(x)-۷$

$\to f-g(x)=f(x)-\left[\frac{۳}{۲}f(x)-۷\right]=-\frac{f(x)}{۲}+۷=-x+۵ \to f(x)=۲x+۴$

$\to g(x)=۳x-1 \to fog(x)=۲[۳x-1]+۴=۶x+۲=\frac{۲}{-a}+۲$

$\to \boxed{a=-\frac{1}{۳}}$ ✓

(۲)

$fog(x) = x^2$

$gof(x) = 2x$

$fog(x) - gof(x) \leq 0 \rightarrow x^2 - 2x \leq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 2$

۶

۵

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = f\left(x - \frac{2}{x}\right) = \left(x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\right) + \left(x - \frac{2}{x}\right)$

$f\left(x - \frac{2}{x}\right) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{2}{x}\right) \rightarrow f(x) = x^2 + x$

۷

۵

$fog(x) = \log_2^{8x-x^2} \rightarrow 8x - x^2 > 0 \rightarrow D_{fog} = (0,8) = A$

$8x - x^2 \xrightarrow{D_{fog}} 0 < 8x - x^2 \leq 16 \rightarrow \log_2^{8x-x^2} \leq 4 \rightarrow R_{fog} = (-\infty, 4] = B$

$A \cap B = (0,4] \Rightarrow \{1,2,3,4\} \rightarrow$ ۴ ✓

۲

۸

$f(x) = 1 - 3x^2$

$h(g(x)) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

تشابه ←

$x^3 = -5x + 3$

$h(g(x)) = f(x) \rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2$

۹

۰

$f(x) = 3 \rightarrow x - \frac{4}{x} = 3 \rightarrow x^2 - 4 = 3x \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow (x-4)(x+1) = 0$

$x = 4$ یا $x = -1$

$\rightarrow g(3) = 1 \rightarrow$

- $x = 4 \rightarrow g(3) = \alpha \times 4^3 + 2 \times 4 = 64\alpha + 1 = 1 \rightarrow \boxed{\alpha = 0}$
- یا
- $x = -1 \rightarrow g(3) = \alpha \times (-1)^3 - 2 = -\alpha - 2 = 1 \rightarrow \boxed{\alpha = -10}$ ✓

۲

۱۰