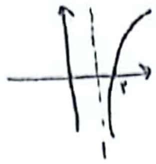
« به نام خدا »

نام و نام خانوادگی : حسام رفیع زاده　　مقطع : دوازدهم پسره　　شماره ی تکلیف : ۵

۱.

$D_{gof(x)} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$　　$f(x) = \sqrt{\log_{۲}(x-۱)}$, $g(x) = \sqrt{-x^۲+۴x-۴}$

$D_f : \log_{۲}(x-۱) \geq ۰$  $\to D_f : [۲, +\infty)$ ①

$D_g : -x^۲+۴x-۴ \geq ۰ \to x^۲-۴x+۴ \leq ۰ \to \underbrace{(x-۲)^۲}_{x=۲} \leq ۰$  $\to x = ۲$ ②

$f(x) \in D_g \xrightarrow{②} \sqrt{\log_{۲}(x-۱)} = ۲ \xrightarrow{()^۲} \log_{۲}(x-۱) = ۴ \to x-۱ = ۱۶ \to x = ۱۷$

$D_{gof(x)} : D_f \cap f(x) \in D_f \Rightarrow D_{gof(x)} = \{۱۷\}$

۲.

$f(x) = ۲x - ۵$

$g(x) = x^۲ - ۳x + ۸$

$fog(x) = gof(x) \to ۲(x^۲-۳x+۸) - ۵ = (۲x-۵)^۲ - ۳(۲x-۵) + ۸$

$\to ۲x^۲ - ۶x + ۱۱ = ۴x^۲ - ۲۶x + ۴۸ \to ۲x^۲ - ۲۰x + ۳۷ = ۰$

$x_۱^۲ + x_۲^۲ = (x_۱+x_۲)^۲ - ۲x_۱x_۲ = (S)^۲ - ۲P = (\frac{-b}{a})^۲ - ۲ \times \frac{c}{a} = (۱۰)^۲ - \cancel{۲} \times \frac{۳۷}{\cancel{۲}} = \boxed{۶۳}$

۳.

$gof(x) = ۵x^۲ + ۱۱$, $f(x) = ۲x$

$g(۲x) = ۵x^۲ + ۱۱ \xrightarrow{x \to \frac{x}{۲}} g(x) = \frac{۵x^۲}{۴} + ۱۱ \xrightarrow{x \to x-۷} g(x-۷) = \frac{۵(x-۷)^۲}{۴} + ۱۱ = \frac{۵x^۲ - ۷۰x + ۲۸۹}{۴}$

 بصورت $\xrightarrow[\text{مقدار}]{\text{کمترین}} f(\frac{-b}{۲a})_{\text{جدید}} = \min_{\text{تابع}} \to \frac{-b}{۲a} = \frac{۷۰}{۱۰} = ۷ \to g(۷)_{\text{جدید}} = \frac{۵ \times ۴۹ - ۴۹۰ + ۲۸۹}{۴} = \boxed{۱۱}$

Scanned with CamScanner

-۴

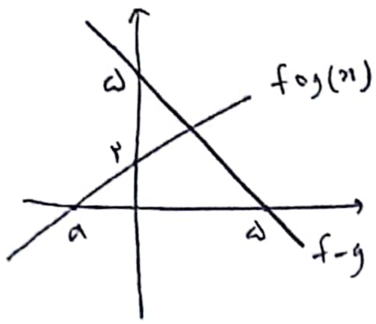
$f(x) = ۳x - ۴ \ , \ fog(x) = ۳x^۲ - ۶x - ۱$

$f(g(x)) = ۳x^۲ - ۶x - ۱ \rightarrow ۳g(x) - ۴ = ۳x^۲ - ۶x - ۱ \rightarrow g(x) = x^۲ - ۲x + ۱ = (x-۱)^۲$

$g(f(x)) = (۳x - ۴ - ۱)^۲ = (۳x - ۵)^۲ = \boxed{۹x^۲ + ۲۵ - ۳۰x}$

-۵

$۲g(x) = ۳f(x) - ۱۴$



$(f-g)(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} (f-g)(۰) = ۵ \rightarrow b = ۵ \\ (f-g)(۵) = ۰ \rightarrow ۵a + ۵ = ۰ \rightarrow a = -۱ \end{cases}$

$\rightarrow (f-g)(x) = -x + ۵ \rightarrow f(x) - g(x) = -x + ۵ \quad ①$

فرض : $۲g(x) - ۳f(x) = -۱۴ \quad ②$

$\xrightarrow{①,②} \begin{cases} f(x) - g(x) = -x + ۵ \\ ۲g(x) - ۳f(x) = -۱۴ \end{cases} \rightarrow f(x) = ۲x + ۴ \ , \ g(x) = ۳x - ۱ \quad ③$

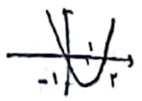
$fog(x) = f(g(x)) \xrightarrow{③} ۲(۳x - ۱) + ۴ = ۶x + ۲ \Rightarrow fog(x) = ۶x + ۲$

$۶x + ۲ = ۰ \rightarrow ۶x = -۲ \rightarrow \boxed{x = -\frac{۱}{۳} = a}$

-

$f(x) = ۹^x \ , \ g(x) = \log_۳ x \qquad D_{fog(x)} : \underset{①}{x > ۰} \ / \ D_{gof(x)} : \underset{②}{۹^x > ۰} \rightarrow \mathbb{R}$

$fog(x) \leq gof(x) \rightarrow ۹^{\log_۳ x} \leq \log_۳ ۹^x \rightarrow x^{\log_۳ ۳^۲} \leq \log_۳ ۳^{۲x} \rightarrow x^۲ \leq ۲x$

$\rightarrow x^۲ - ۲x \leq ۰ \rightarrow x(x - ۲) \leq ۰$  $\rightarrow ۰ \leq x \leq ۲ \xrightarrow{①,②} \boxed{۰ < x \leq ۲}$

یک عدد صحیح ([۱])

۷-

$$f\left(\overbrace{\frac{x^{۲}-۲}{x}}^{x-\frac{۲}{x}}\right) = x^{۲}+x-۴-\frac{۲}{x}+\frac{۴}{x^{۲}} = x^{۲}+\frac{۴}{x^{۲}}+x-\frac{۲}{x}-۴ = \left(x-\frac{۲}{x}\right)^{۲}+\cancel{۴}+x-\frac{۲}{x}-\cancel{۴}$$

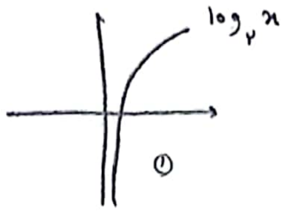
$$= \left(x-\frac{۲}{x}\right)^{۲}+\left(x-\frac{۲}{x}\right) \xrightarrow{x-\frac{۲}{x}=t} f(t)=t^{۲}+t \to f(x)=x^{۲}+x$$

۸-

$$f(x)=\log_{۲} x \quad , \quad g(x) = -x^{۲}+۸x$$

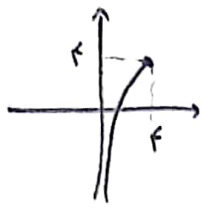
$$D_{fog} = A = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = -x^{۲}+۸x > ۰ \to -\overset{۰}{x}(\overset{۸}{x}-۸) > ۰ \to ۰<x<۸$$

$$R_{fog} = B = f(g(x)) = \log_{۲} -x^{۲}+۸x$$



$$\min \xrightarrow{x=۰} \text{تا} \xrightarrow{\lim_{x\to ۰^{+}}} (-\infty)$$

$$\max \xrightarrow{x=۴} \log_{۲} ۱۶ = ۴$$



$$R_{fog} : (-\infty, ۴]$$

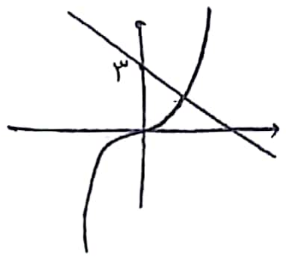
$$A \cap B : [۰, ۴]$$

$$f(f(x)) = ۱-۳f^{۲}(x) \quad , \quad g(x)=x-۱ \quad , \quad h(x)=x^{۳}+۲x+۱$$

$$f(f(x)) = ۱-۳f^{۲}(x) \to f(x) = ۱-۳x^{۲}$$

$$h(g(x)) = f(x) \to (x-۱)^{۳}+۲(x-۱)+۱ = ۱-۳x^{۲} \to x^{۳}+۵x-۳=۰$$

$$\to x^{۳} = -۵x+۳$$



یک ریشه

$$f(x) = x-\frac{۴}{x} \quad , \quad g(f(x)) = ax^{۳}+۲x \quad , \quad g(۳)=۸$$

$$g\left(x-\frac{۴}{x}\right) = ax^{۳}+۲x \quad , \quad x-\frac{۴}{x}=۳ \to x=۴$$

$$g(۳) = ۸ = a(۴)^{۳}+۲\times ۴ \to ۶۴a+۸=۸ \to \boxed{a=۰}$$