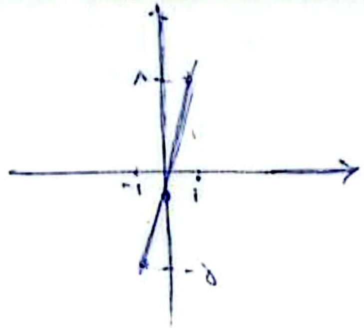
حسن شهبازی

۱-

$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & ; x\geq 1\\ 4x-1 & ; x<1\end{cases}$$



$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)}$

$f(3-x)-f(x+1)\geq 0$ $\quad f(3-x)\geq f(x+1)$ تابع f صعودی

$3-x\geq x+1$ $\quad 2\geq 2x$

$x\leq 1$

$\boxed{D_y=(-\infty,1]}$

۲-

$f(x)=(x^3+x)^3$ اکیداً صعودی

$f\circ f(x)<f(x^3)$ اکید اکید

$f(x)<x^3$

$(x^3+x)^3<x^3 \xrightarrow{\text{ریشه ۳}} x^3+x<x$

$x^3<0$

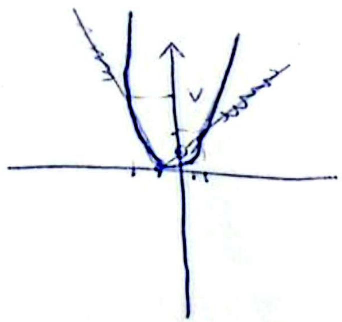
$\boxed{x<0}$

$x\in(-\infty,0)$

۳-

$y=|x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

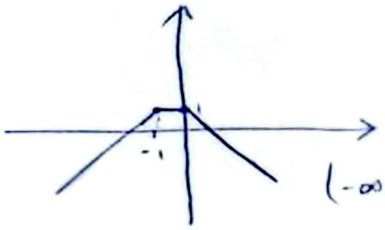


ناپیوسته

-۴

$$f(x) = \frac{2x+1}{|x|-|x+1|} \times \frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|} = \frac{\cancel{(2x+1)}(|x|+|x+1|)}{\cancel{x^2-x^2-2x-1}} = -(|x|+|x+1|)$$

$$\cancel{-(2x+1)}$$



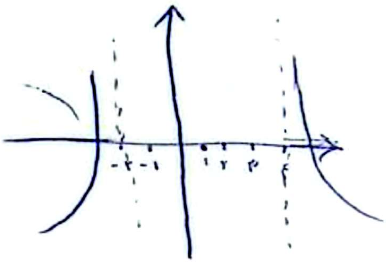
$D_f = (-\infty, a]$

$f(x)$ در بازه $(-\infty, 0]$ صعودی است $a=0$

-۵

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8) \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-4)(x+2)$

$-\log_2 (x-4)(x+2)$



تابع y در بازه $(-\infty,-2)$ صعودی اکیداست

$\{f(x_1) < f(x_2) \mid if\ x_1<x_2\ ,\ x\in(-\infty,-2)\}$

-۶

$f(x) = (a^2-3)^x$

الف) اکیداً صعودی

$x_1<x_2$ تابع نمایی ⇐ $f(x_1)<f(x_2)$

$a^2-3>1$ $a^2>4$ $\boxed{2<a,\ a<-2}$

ب) صعودی

$x_1<x_2 ,\ f(x_1)\leq f(x_2)$

$(a^2-3)\geq 1$

$a^2\geq 4$ $2\leq a$ ، $a\leq -2$

-۷

$f(x)=x^۳+ax^۲+bx+c \qquad (-۳,-۱)$

$\cancel{f'(x)=۳x^۲+۲ax+b}$

$\cancel{-۲۷+۹a-۳b+c=-۱}$

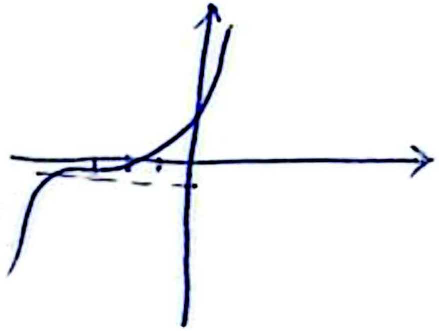
$\cancel{c=۲۶+۳b-۹a}$

$\cancel{۲۷-۶a+b=۰}$

$\cancel{b=۶a-۲۷}$

$\cancel{b=۶a-۲۷}$

$f(x)=(x+۳)^۳-۱$



$f(x)\geq ۰$ برای معکوس‌پذیر بودن

$۰\leq (x+۳)^۳-۱ \qquad ۱\leq (x+۳)^۳ \qquad ۱\leq x+۳$

$\boxed{k_{min}=-۲} \qquad k=-۲ \qquad -۲\leq x$

-۸

$f(x)=x+\sqrt{x}-۲$

$\cancel{f}\circ f(x)\leq \cancel{f}(\sqrt{x})$

$f(x)$ اکیداً صعودی

$x+\sqrt{x}-۲\leq \sqrt{x}$

$x-۲\leq ۰$

$D_f=[۰,+\infty)\cap x\leq ۲ \Longrightarrow x\in[۰,۲]$

۹-

$$f(x) = ۲\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} - ۲\sqrt[۳]{۱ - ۹\cos^۲ x} \qquad ۲\left(\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} - \sqrt[۳]{\underbrace{۱ - ۹\cos^۲ x}_{-(۹\cos^۲ x - ۱)}}\right)$$

$$۲\left(۲\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱}\right) = ۴\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱}$$

$$۰ \leq \cos^۲ x \leq ۱$$

$$۰ \leq ۹\cos^۲ x \leq ۹ \qquad -۱ \leq ۹\cos^۲ x - ۱ \leq ۸$$

$$-۱ \leq \sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} \leq ۲ \qquad -۴ \leq ۴\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} \leq ۸$$

$$R_f = [-۴, ۸] \qquad \boxed{۸ - (-۴) = ۱۲}$$

۱۰-

$$f(x) = x - [x + ۲] \qquad x - [x] - ۲ \qquad ۰ \leq x - [x] < ۱ \qquad -۲ \leq x - [x] - ۲ < -۱ \qquad R_f = [-۲, -۱)$$

$$g(x) = \frac{۲^x - ۲^{-x}}{۲} = \frac{۲^{f(x)} - ۲^{-f(x)}}{۲} \rightarrow \frac{۲^{-۲} - ۲^{۲}}{۲} = \frac{-۱۵}{۸}$$

$$-۲ \leq f(x) < -۱$$

$$\frac{۲^{-۱} - ۲^{۱}}{۲} = \frac{\frac{۱}{۲} - ۲}{۲} = \frac{-۳}{۴} \qquad R_{gof} = \left[\frac{-۱۵}{۸}, \frac{-۳}{۴}\right)$$