

$$f(x) = (a^2 - 3)x$$

$$a) a^2 - 3 > 1 \rightarrow a^2 > 4 \rightarrow a > 2 \text{ یا } a < -2$$

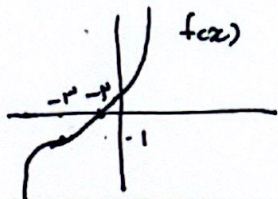
$$b) a^2 - 3 \geq 1 \rightarrow a^2 \geq 4 \rightarrow a \geq 2 \text{ یا } a \leq -2$$

$$a^2 - 3 = 0 \rightarrow a^2 = 3 \rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

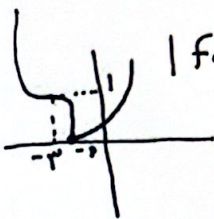
$$a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$$

نقطه -2 همان نقطه‌ای است که همیشه تابع صفر شود و در $x=0$ برابر با 0 است این نقطه به ما نشان می‌دهد که تابع هر واحد چه و واحد به یک بین رفته بنابراین به صورت $1 - (x+2)^3$ درمی‌آید.

$$(x+2)^3 - 1 = x^3 + 9x^2 + 12x + 7 - 1$$



||



این تابع در بازه $(-\infty, +\infty)$ اکیدا صعودی است $\rightarrow k = -2$

$$f(x) = x + \sqrt{x} - 2$$

$$x \geq 0$$

$$f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow \text{چون تابع اکیدا صعودی است می‌توانیم} \rightarrow f(x) \leq \sqrt{x}$$

$$x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 2 \quad (1)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow x \in [1, 2] \rightarrow 1 \text{ و } 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in D_f \\ f(x) \in D_{f \circ f} \end{array} \right.$$

$$x + \sqrt{x} - 2 \geq 0 \rightarrow x + \sqrt{x} \geq 2$$

$$\frac{-2}{+} \frac{1}{-} \frac{1}{+} \rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \quad (2)$$

چون $\sqrt{x} = t$ اعداد منفی در دامنه نیست.

$$\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} = t \rightarrow \cos^2 x = 0 \rightarrow t = \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\cos^2 x = 1 \rightarrow t = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1}}{2} - \frac{\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 x}}{2} = \frac{t}{2} - \frac{1}{2t} \rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \\ t = 2 \rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$R_f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right] \quad \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor - 2 \quad 0 \leq (x - \lfloor x \rfloor) < 1 \rightarrow -2 \leq f(x) < -1$$

$$g \circ f(x) = \frac{f(x) - f(x)}{2} \rightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \rightarrow \frac{-1 - (-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ f(x) = -2 \rightarrow \frac{-2 - (-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{cases}$$

$$R_{g \circ f} = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \right]$$