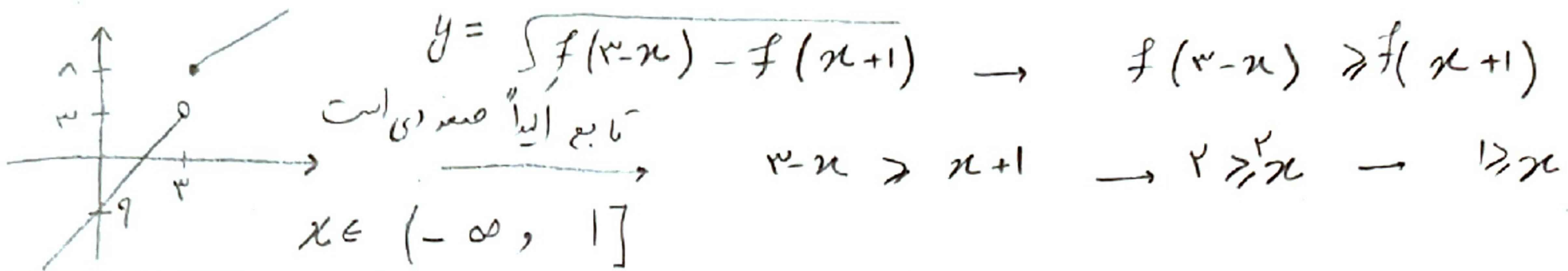


$$f(x+2) = \begin{cases} 3x+8 & ; x \geq 1 \\ 4x-1 & ; x < 1 \end{cases} \xrightarrow{t=x+2} f(t) = \begin{cases} 3t-1 & ; t \geq 3 \\ 4t-9 & ; t < 3 \end{cases}$$

$$x \geq 1 \rightarrow x+2 \geq 3, \quad x < 1 \rightarrow x+2 < 3$$



$$f(x) = (x^3 + x)^2 \text{ --- تابع آلیا صعودی است} \quad f(x) = h \circ g(x)$$

$$h(x) = x^2, \quad g(x) = x^3 + x$$

ترکیب دو تابع آلیا صعودی، آلیا صعودی است.

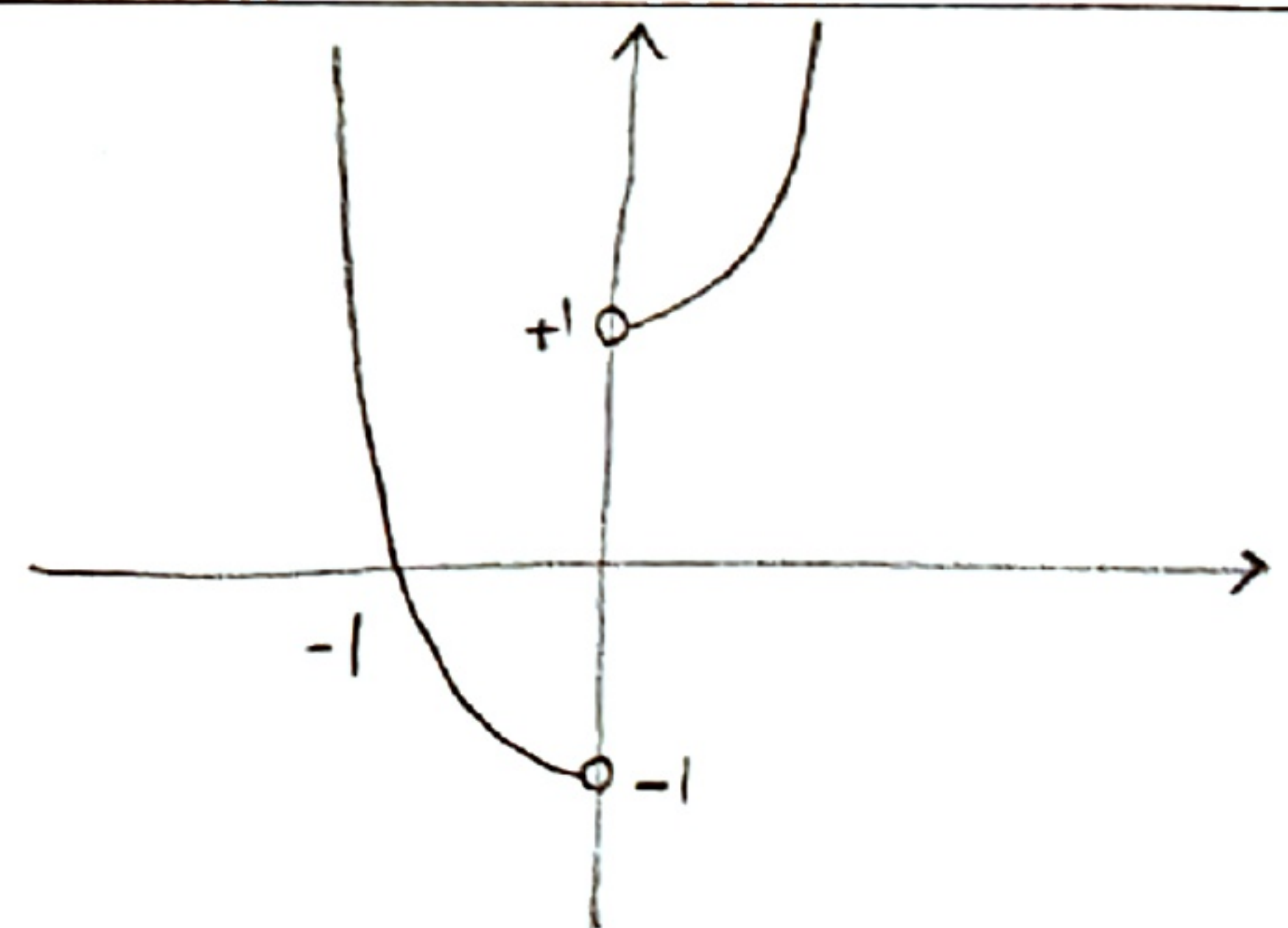
$$f(f(x)) < f(x^3) \rightarrow f(x) < x^3$$

$$(x^3 + x)^2 < x^3 \rightarrow x^3 + x < x \rightarrow x^3 < 0 \rightarrow x < 0$$

$$x \in (-\infty, 0)$$

$$y = |x| \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = \begin{cases} x^3 + 1 & ; x > 0 \\ -x^3 - 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

تابع در دانه خود غیر یکنواست.

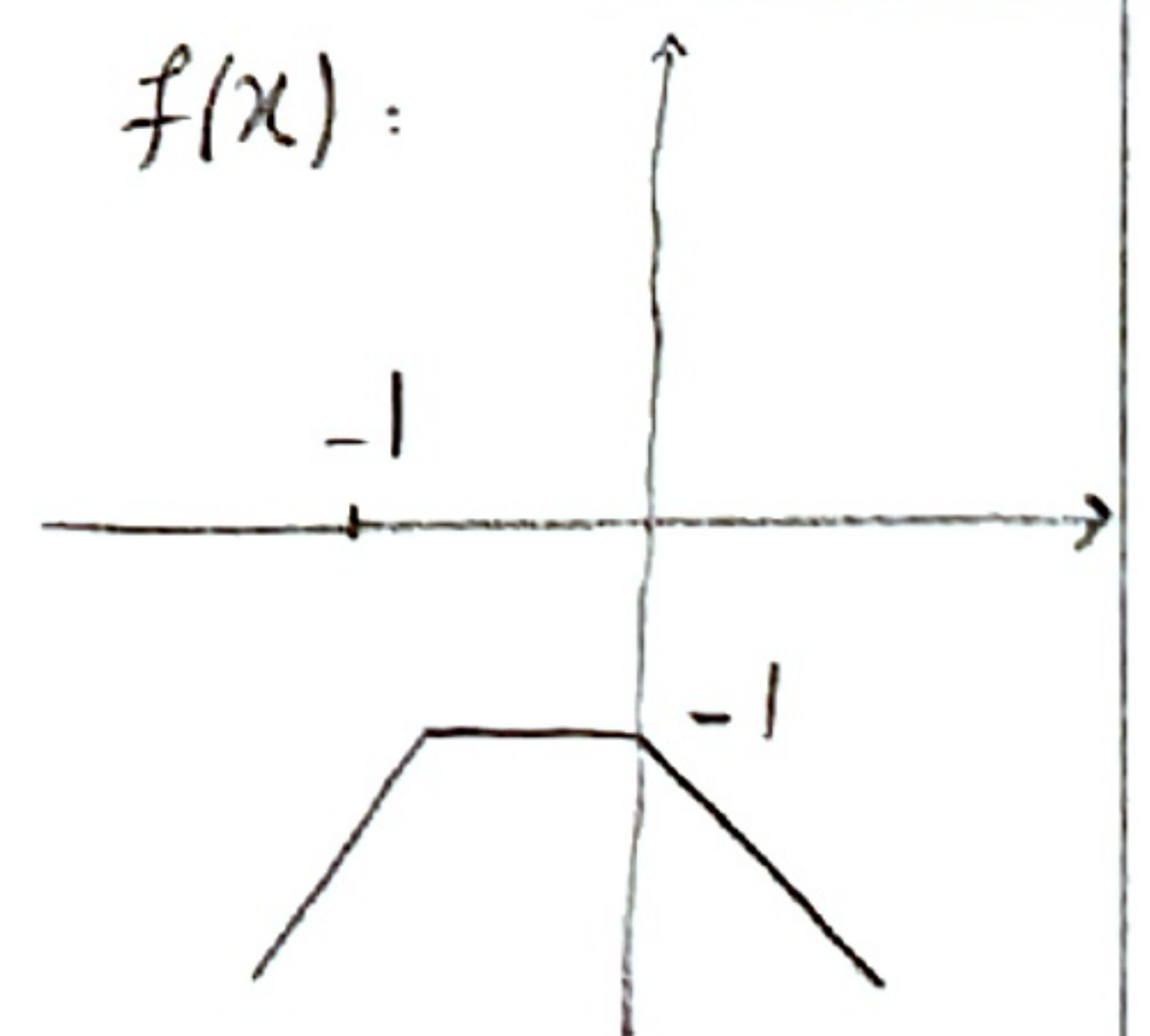


$$f(x) = \frac{2x+1}{|x| - |x+1|} = \begin{cases} \frac{2x+1}{+1} & ; x \leq -1 \\ \frac{2x+1}{-2x-1} & ; -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{-1} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$$

صعودی است

$$a = -1$$



$$y = \log \frac{(x^2 - 2x - 1)}{\frac{1}{x}} \rightarrow y = f \circ g(x) ; f(x) = \log(x)$$

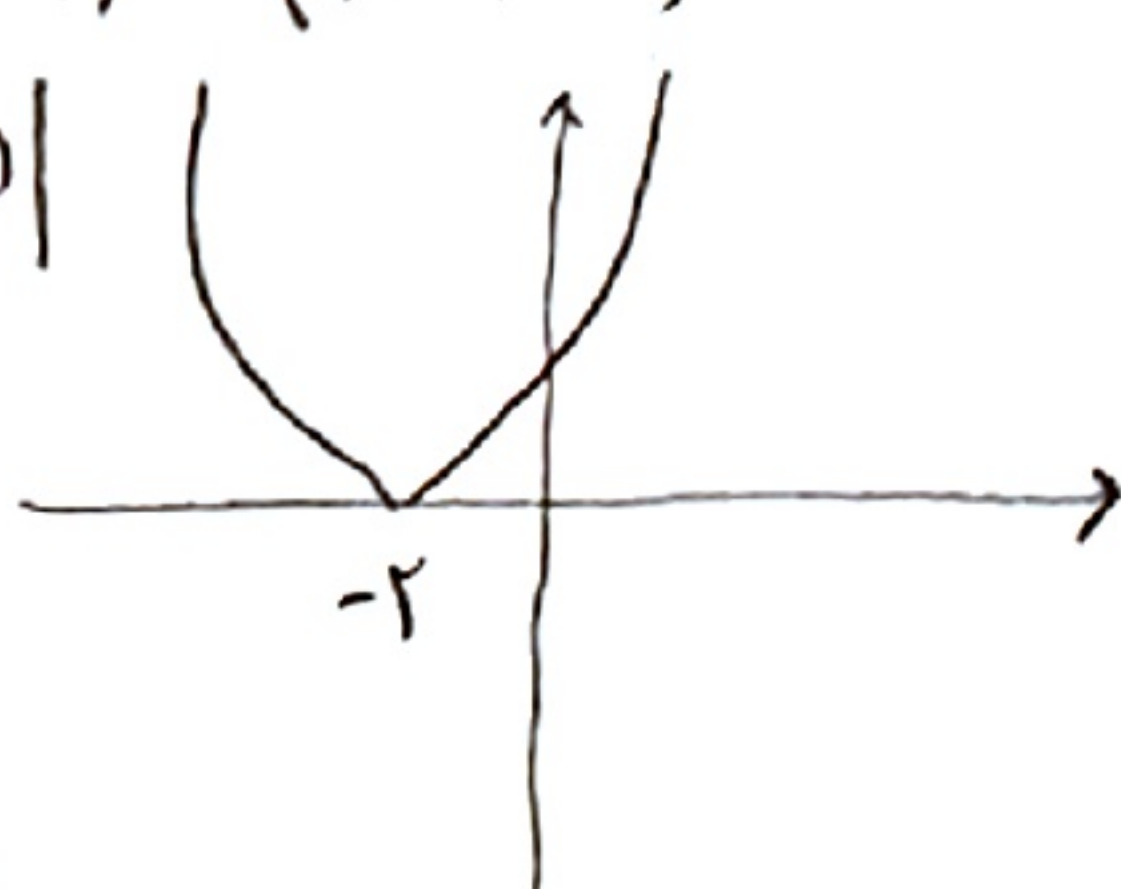
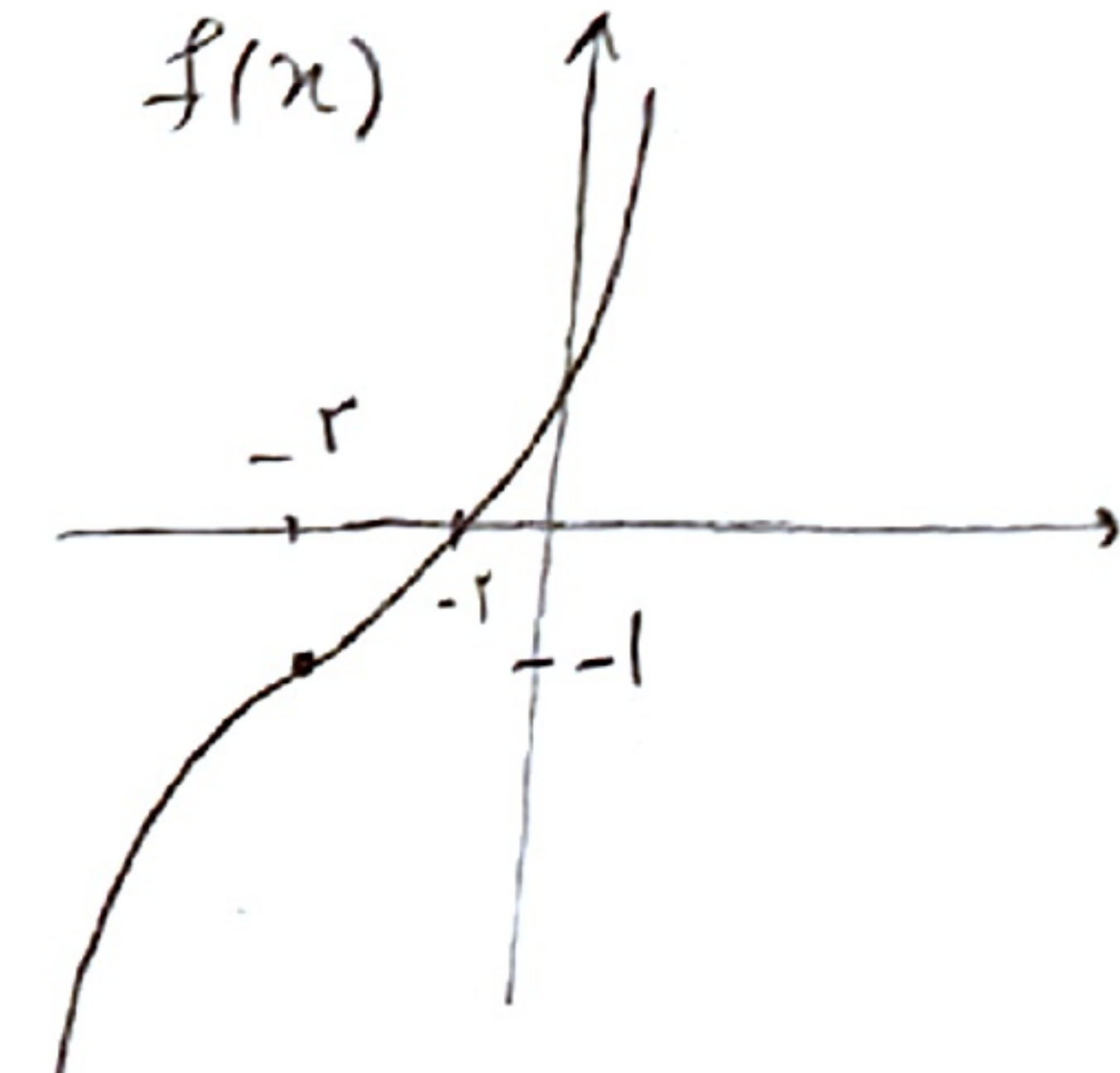
$$g(x) = x^2 - 2x - 1$$

I) $x^2 - 2x - 1 > 0 \rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$
ترکیب دو تابع آلیا صعودی، آلیا صعودی است. $(g(x))$ در دانه صعودی است.

$$\rightarrow I \cap II = (-\infty, -2)$$

$$II) x_s = \frac{-2}{2} = -1 \rightarrow x \in (-\infty, -1)$$

از رأس می به پس تابع نزولی است.

$f(x) = (a^x - 3)^x$ $a^x - 3 > 1 \rightarrow a^x > 4$ $a \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ $f(x) = (a^x - 3)^x$ $a^x - 3 = 1 \xrightarrow{x \in \mathbb{R}} a^x = 4 \rightarrow a = \pm 2$ $a^x - 3 = 0 \xrightarrow{x > 0} a^x = 3 \rightarrow a = \pm \sqrt[3]{3}$	الف $I) \text{ ابدأً صغرياً } \rightarrow a \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ $II) \text{ تابع ثابت } \rightarrow (a^x - 3)^x \begin{cases} x \in \mathbb{R} & a = 2 \\ x > 0 & a = \sqrt[3]{3} \end{cases}$ $I \cup II = a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\pm \sqrt[3]{3}\}$ در این مجموعه، تابع ثابت x نیز در $\mathbb{R}$ و $x > 0$ نیز در $\mathbb{R}$
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \rightarrow (-2, -1) \rightarrow f'(x) = 0$ $f(x) = K(x+3)^3 - 1 \rightarrow K=1 \rightarrow f(x) = (x+3)^3 - 1$ $f(-2) = (1)^3 - 1 = 0$ $x \in (K, +\infty) \rightarrow f(x) \text{ صغریاً}$ $x \in (-2, +\infty) \rightarrow K = -2$	$y = f(x)$  
$f(x) = x + \sqrt{x-2} \rightarrow \text{مجموعه دامنه صغریاً و ابدأً صغریاً} \rightarrow Df = [0, +\infty)$ $f(f(x)) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \rightarrow x + \sqrt{x-2} \leq \sqrt{x}$ $x - 2 \leq 0 \rightarrow I) x \leq 2 \quad II) 0 \leq x \rightarrow I \cap II = x \in [0, 2]$ $x \in [0, 2] \rightarrow \{0, 1, 2\} \text{ سه عدد صحیح}$	ا
$f(x) = \frac{\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1}}{-2} \rightarrow \sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} = t$ $0 \leq \cos^2 x \leq 1 \rightarrow 0 \leq 9 \cos^2 x \leq 9 \rightarrow -1 \leq 9 \cos^2 x - 1 \leq 8$ $\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} \leq 2 \rightarrow -1 \leq t \leq 2$ $f(x) = \frac{t}{-2} - \frac{t}{-2} \rightarrow t_{\max} = 2, t_{\min} = -1$ $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{18}{5} \rightarrow b - a = \frac{18}{5} + \frac{3}{2} = \frac{41}{10}$	$f(x) = \frac{t}{-2} - \frac{t}{-2}$ مجموع دامنه صغریاً و ابدأً صغریاً مجموع دامنه صغریاً و ابدأً صغریاً $Rf(x) = [f(x_{\min}), f(x_{\max})]$ $f(x_{\min}) = \frac{-1}{-2} - \frac{-1}{-2} = -\frac{3}{2}, f(x_{\max}) = \frac{2}{-2} - \frac{2}{-2} = \frac{18}{5}$
$f(x) = x - [x+2] = x - [x] + 2 \rightarrow Rf(x) = [2, 3)$ $g(x) = \frac{x^2 - x^{-2}}{2} \rightarrow \text{مجموعه دامنه صغریاً و ابدأً صغریاً}$ $g \circ f(x) \rightarrow Rg \circ f(x) = \{Rg(x) \mid Dg(x) = Rf(x)\}$ $Rf(x) = [2, 3) \rightarrow Rf \circ g(x) = [\frac{18}{5}, \frac{93}{16}]$ $g(2) = \frac{4 - \frac{1}{4}}{2} = \frac{15}{8}, g(3) = \frac{9 - \frac{1}{9}}{2} = \frac{80}{18}$	$0 \leq x - [x] < 1$ $2 \leq x - [x] + 2 < 3$ ا.