

۱

د) $y(y^2+2) + n(y^2+2) \Rightarrow (y^2+2)(y+n) = 0$
 ریشه نداشتیم $y^2+2=0 \Rightarrow y^2=-2$ در حلقه حقیقی
 $n-y=0 \Rightarrow n=y$ ✓

ج) $\frac{y+y}{y} = \sqrt{y} \Rightarrow y+y = y\sqrt{y} \Rightarrow (y+y)^2 = y^2 y$
 $(n+y)^2 = y^2 y$ $\Rightarrow y_1 = y_2$

ب) $n \cos y = y \cos n \Rightarrow y = \frac{n \cos y}{\cos n}$
 $y_1 = \frac{n \cos y_1}{\cos n_1} \xrightarrow{n=n_1} y_1 = \cos y_1 \Rightarrow y_1 = y_2$
 $y_2 = \frac{n_2 \cos y_2}{\cos n_2} \xrightarrow{n_2=n_1} y_2 = \cos y_2 \Rightarrow y_1 = y_2$

۲

الف) تابع هست $\Leftarrow$ تعریف $\Rightarrow y_1 = y_2$ ✓
 $|y_1| + n_1^2 = 2y_1 \xrightarrow{n_1=n_2} |y_1| = 2y_1$
 $|y_2| + n_2^2 = 2y_2 \Rightarrow y_1 = y_2$ ✓

ب) تابع نیست $\Leftarrow$ مثال نقض $\Rightarrow 1 < y < 2$
 $[y] + [n] = 1 \xrightarrow{n=0} [y] = 1 \Rightarrow 1 < y < 2$
 بی نهایت عدد

۳

چون تابع است پس برای n باید یکتا و درست آید
 $|n-1| \geq 2 \Rightarrow n=2 \Rightarrow a+2(3) = a+6$
 $|a+n| \leq n \leq 4 \Rightarrow a+6 = 18-b \Rightarrow a+b = 12$

۵

با توجه به امانت $(2, -5)$ نقطه میانی است پس $a=0$
 $3a+c-3|b| \Rightarrow 3(0) + (-5) - 3|b| = 0 \Rightarrow -5-3|b|=0$
 $-2b+3b=b$
 $3a+c-3|b| \xrightarrow{\text{بجای } b} = b$

۴

$P(n) = \sqrt{-n^2 - bn + a} \Rightarrow -n^2 - bn + a \geq 0 \Rightarrow -b^2 - b^2 + a = 0 \Rightarrow a = 2b^2$ $[a \neq 0, b \in \mathbb{Z}]$
 $P_2[b, a] \Rightarrow b \geq a \Rightarrow -a^2 - ab + a = 0 \Rightarrow -4b^4 - 2b^2 + 2b^2 = 0 \Rightarrow b^2(-4b^2 - 2b^2 + 2) = 0$
 $\Rightarrow -4b^2 - 2b^2 + 2 = 0 \Rightarrow b^2 - 2b - 1 = 0 \Rightarrow (b-4)(b+1) = 0 \Rightarrow (b+1)(-4b+2) = 0 \Rightarrow b = -1$ ✓
 $b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = 2b^2 = 0$ غلط است
 $a = 2(-1)^2 = 2$
 $a+b = 2-1 = 1$ سوال ۴

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + 2}{x + b}} \Rightarrow D: (x, +\infty)$$

چون دامنه عدد ۲ شامل نمی شود پس

ریشه مخرج است

$$\Rightarrow x + b = x^2 \quad x + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -2}$$

$$y = \sqrt{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x - 1) \geq 0 \Rightarrow D_f: [-1, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{|x| - 1}} \Rightarrow |x| - 1 > 0 \Rightarrow |x| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow D_f: (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - [-1, 1]$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x] \Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{مربع}} y = 81 + x - 18\sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0$$

$$\Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$\left[x - \frac{1}{x} \right] + \left[x + \frac{1}{x} \right] \geq 0 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{x} \right] + \left[x + \frac{1}{x} \right] - 2 \geq 0 \Rightarrow 2 \left[x + \frac{1}{x} \right] \geq 2 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{x} \right] \geq 1$$

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{x} \Rightarrow x = -\frac{1}{x} \Rightarrow D_f = \left(-\frac{1}{x}, +\infty \right)$$

$$y = \sqrt{1 - \log(x - a)} \Rightarrow c - b = \frac{1+a}{x} - \frac{a}{x} = \frac{1}{x}$$

$$x - a > 0 \Rightarrow x > \frac{a}{x} \quad \textcircled{I} \Rightarrow \textcircled{I} \cap \textcircled{II} \Rightarrow \left(\frac{a}{x}, \frac{1+a}{x} \right] = (b, c]$$

$$1 - \log(x - a) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(x - a) \Rightarrow 1 \geq x - a \Rightarrow 1 \geq x - a \Rightarrow \frac{1+a}{x} \geq x \quad \textcircled{II}$$