

الف) $y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^3 = y_2^3 \mid \text{ج) } \frac{(x+y)^3}{4} = xy \rightarrow x^3 + y^3 + 2xy = 4xy$
 $y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1} \mid y_1 = y_2$
 $x^3 + y^3 + 2xy = 0 \rightarrow (x-y)^3 = 0 \rightarrow x = y$
 به ازای هر x یک y داریم $\rightarrow$ تابع است.

ب) $x = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4} \cos x = 2 \cos \frac{\pi}{4}$
 باشد $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ می تواند $\rightarrow$
 د) $x(y^2 + 1) - y^2 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 1) - y(y^2 + 2) = 0$
 $(y^2 + 1)(x - y) = 0 \rightarrow y^2 + 1 = 0 \rightarrow x = y$
 امکان پذیر نیست $\rightarrow$ تابع است.

رابطه ی الف تابع است. (در سوال اثبات تابع بودن در الف خواسته نشده.)

ب) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow 1 < y < 2$
 $\rightarrow$ تابع نیست.

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b, & |x-1| \geq 2 \rightarrow |x-1| \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -1 \\ a + 2x, & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$
 $x=3 \rightarrow \begin{cases} 2(3)^2 - b \\ a + 2(3) \end{cases} \rightarrow 11 - b = a + 6 \rightarrow a + b = 12$

$f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a}$
 $\Delta \geq 0 \rightarrow b^2 + 4a \geq 0$
 $x=b \rightarrow -b^2 - b^2 + a = 0 \rightarrow -2b^2 + a = 0$
 $x=a \rightarrow -a^2 - ab + a = 0 \xrightarrow{\div a} -a - b + 1 = 0 \rightarrow a + b = 1$

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ با توجه به بازه $\sim$ پیوسته است، متخرج از خط است $a=0 \rightarrow bx + c > 0$
 همچنین با توجه به بازه $(-\infty, \infty)$ می بینیم $x=0$
 $x=2 \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow 2b = -c \rightarrow 2a + c - 3|b| = 0 - 2b + 3b = b$
 چون در دامنه نیست، یعنی متخرج را صفر کرده.

$$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b}} + a \rightarrow \frac{3x+2}{x+b} + a = \frac{(a+3)x + a+2}{x+b}$$

چون $x=2$ در بازه است $2+b=0 \rightarrow \boxed{b=-2}$

از اینجا بی نهایت نوشته است دیگر ریشه ندارد $\boxed{a=-3}$

الف) $y = \sqrt{x(x^3-1)}$

$$x(x-1)(x+1) \geq 0$$

↓ ↓ ↓
0 1 -1

$x \mid \begin{array}{ccc} -1 & 0 & 1 \\ \hline - & + & - \end{array} \rightarrow D_y = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}}$

$$|x|-1 \neq 0 \rightarrow x \neq \pm 1$$

$$|x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$D_y = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

الف) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}}$

$$\rightarrow |x|-[x] \neq 0$$

$$|x| \neq [x] \rightarrow \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$D_y = \mathbb{R} - \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \neq 0\}$$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$

$$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0$$

$$\sqrt{x} \leq 9 \rightarrow x \leq 81$$

$$\boxed{0 \leq x \leq 81}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{[yx - \frac{1}{y}] + [yx + \frac{y}{y}]}}$$

$$[yx - \frac{1}{y}] + y \geq 0$$

$$[yx - \frac{1}{y}] \geq -y \rightarrow [yx - \frac{1}{y}] \geq -1$$

$$yx - \frac{1}{y} \geq 0 \rightarrow yx \geq \frac{1}{y} \rightarrow \boxed{x \geq \frac{1}{y}}$$

$$yx - \frac{1}{y} \neq -1 \rightarrow yx \neq -\frac{1}{y} \rightarrow x \neq -\frac{1}{y}$$

$y = \sqrt{1 - \log(yx - a)} \rightarrow yx - a \geq 0 \rightarrow yx \geq a \rightarrow \boxed{x \geq \frac{a}{y}}$

$$1 - \log(yx - a) \geq 0 \rightarrow \log(yx - a) \leq 1 \rightarrow \log(yx - a) \leq \log 10$$

$$\rightarrow yx - a \leq 10 \rightarrow \boxed{x \leq \frac{10+a}{y}} \rightarrow D_y = (\frac{a}{y}, \frac{10+a}{y}) \rightarrow c-b = \frac{10+a-a}{y} = \boxed{\frac{10}{y}}$$