

$$f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1 \rightarrow -x f(-x) + x^2 f(x) = -2x|x| - x$$

$$f(x) + x f(-x) = 2|x| + 1$$

$$x f(-x) + f(x) = 2|x| + 1$$

$$f(x) + x^2 f(x) = 2|x| - 2x|x| - x + 1$$

$$\rightarrow f(x)(1+x^2) = 2|x|(1-x) + 1 - x = (1-x)(2|x|+1)$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{(2|x|+1)(1-x)}{x^2+1} \quad \text{✓}$$

(۲) ①

$$f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} f(0) + f(0) = 0 - 3 \cdot 0 + 4$$

$$\rightarrow 2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow f(x) + 2 = x^2 - 3x + 4$$

(۲) ②

$$\rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 2 \rightarrow f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 2$$

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1} \rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + x(1-y) + (y+2) = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\rightarrow (1-y)^2 - 4(y+2) \geq 0 \rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4y - 8 \geq 0$$

(۲) ③

$$\rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0 \rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$$

$$\frac{-1}{+} \quad \frac{7}{-}$$

$$\rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

25-25

$$\text{الف) } y = 2x^2 - 5x + 1 \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ y_{\min} = \frac{-17}{2} \end{cases}$$

(۲) ④

$$R_f = [y_{\min}, +\infty) \rightarrow R_f = \left[-\frac{17}{2}, +\infty\right)$$

30-30

$$y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \quad \text{ب)}$$

هسته عبارت درجه دوم است ابتدا به فرم $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$ حساب کنیم و پس عملکرد تابع را روی آن اعمال کنیم.

$$\alpha \rightarrow \begin{cases} x_{\max} = \frac{4}{-1} = -4 \\ y_{\max} = 4 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 4] \quad \text{د)}$$

$$y = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4x + 1} \quad \text{ج)}$$

هسته عبارت چند جمله ای که از مرتبه فرد است برابر $\mathbb{R}$ من باشد و رادیکال طر که روی آن اعمال کنیم خواهیم داشت:

$$R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty) \quad \checkmark$$

$$y = \log(x^3 - 6x^2 + 7x + 4) \quad \text{د)}$$

هسته عبارت چند جمله ای که از مرتبه فرد است برابر $\mathbb{R}$ من باشد و لگاریتم طر که روی آن اعمال کنیم خواهیم داشت:

$$\mathbb{R} \xrightarrow{\log} R_f = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R} \quad \checkmark$$

$$y = \frac{3x+1}{2x-4} \quad \text{الف)}$$

بر دو تابع همگرافیک به صورت $R - \{ \frac{a}{c} \}$ من باشد.

$$R_f = \mathbb{R} - \{ \frac{3}{2} \} \quad \checkmark$$

$$y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \quad \text{ب)}$$

$$R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} \rightarrow R_f = [0, +\infty) \quad \checkmark \quad \text{د)}$$

$$y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \quad \text{ج)}$$

کمترین مقداری که $\sqrt{x^2+3}$ من تواند داشته باشد $\sqrt{3}$ است در نتیجه

$$\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

کمترین مقدار این عبارت برابر است با:

$$\rightarrow R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty) \quad \checkmark$$

$$y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} \quad \text{د)}$$

$$\rightarrow y = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4$$

کمترین مقداری که x^2+4 من تواند داشته باشد 4 است؛
داریم:

$$4 + \frac{1}{4} = 4.25 \rightarrow 4.25 \leq x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} \rightarrow 0.25 \leq x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4$$

$$\rightarrow R_f = [0.25, +\infty) \quad \checkmark$$

روش اصل : $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4$

$\rightarrow x^2(3-y) + 4+y = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{\pm \sqrt{-4(3-y)(4+y)}}{2(3-y)}$

$\rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow -4(3-y)(4+y) \geq 0 \rightarrow \begin{matrix} -4 & 3 \\ + & - & + \end{matrix}$
 $y \neq 3$

$\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

پیکت تکرار : $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow y = \frac{3x^2 - 3}{x^2 - 1} + \frac{7}{x^2 - 1}$

$\rightarrow y = 3 + \frac{7}{x^2 - 1}$ کمترین مقدار x^2 برابر صفر است و بیشترین مقدار x^2 برابر ∞ است.

$\begin{matrix} 0 & \rightarrow & 3 + \frac{7}{-1} = 3 - 7 = -4 \\ \infty & \rightarrow & 3 + \frac{7}{\infty - 1} = 3 + \frac{7}{\infty} = 3 + 0 = 3 \end{matrix}$

چون مخرج می تواند صفر شود در نتیجه برد خارج این دو عدد است.

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

$f(x) = \frac{2 \sin x + 4}{\sin x - 3}$ $\begin{matrix} 1 & \rightarrow & \frac{2+4}{1-3} = \frac{6}{-2} = -3 \\ -1 & \rightarrow & \frac{-2+4}{-1-3} = \frac{-2}{-4} = -\frac{1}{2} \end{matrix}$

مخرج کسر نمی تواند صفر شود.

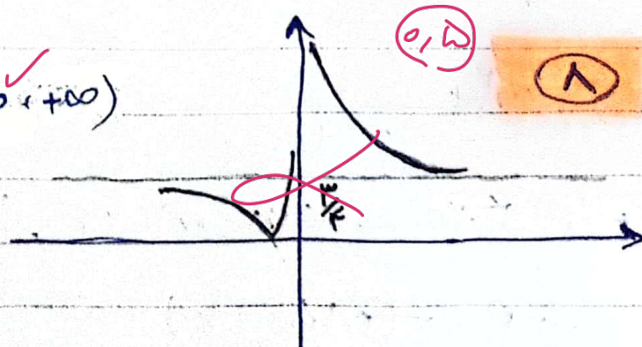
$\rightarrow R_f = [-\frac{1}{2}, -3] \cup [-3, -\frac{1}{2}] =$

الف) $y = \left| \frac{3x-1}{4x} \right|$ صعوبه!

$R_f = [0, +\infty)$

$= 0$ ریشه مخرج = مجانب قائم

مجاانب افقی = $\frac{a}{c} = \frac{3}{4}$

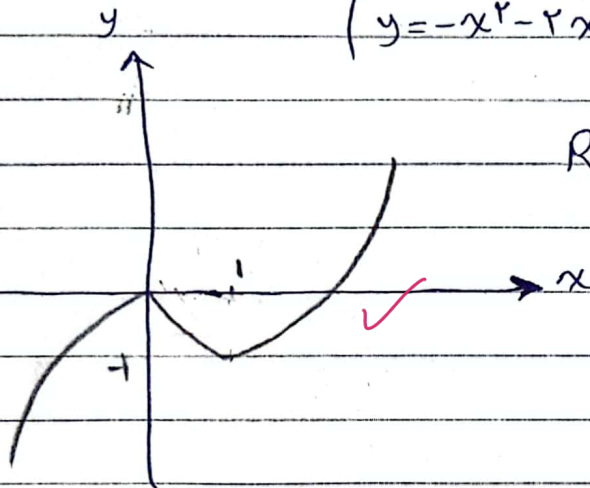


برد توابع همگرا فیک به صورت $\{ \frac{a}{x} \}$ است و
 برد هسسته احساب کرده و سپس عملکرد را یاد
 لا روس آن اعمال من کنیم.

$$R_f = \sqrt{11R - \left\{ \frac{9}{2} \right\}} \rightarrow R_f = [0, \infty) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

(8)

$$y = x|x| - 2x \rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 2x & ; x \geq 0 \\ y = -x^2 - 2x & ; x \leq 0 \end{cases}$$



$$R_f = \mathbb{R}$$

(2)

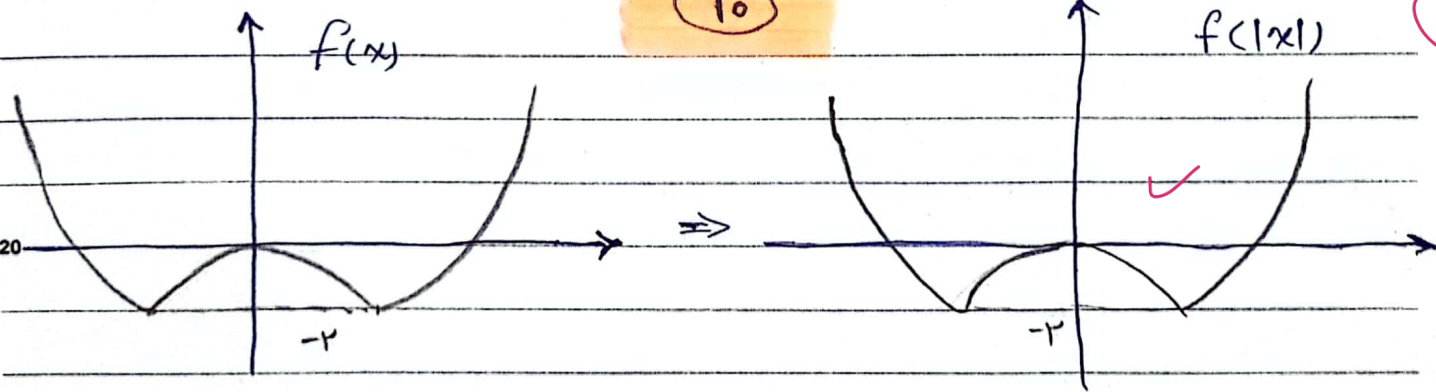
(9)

(10)

$f(x)$

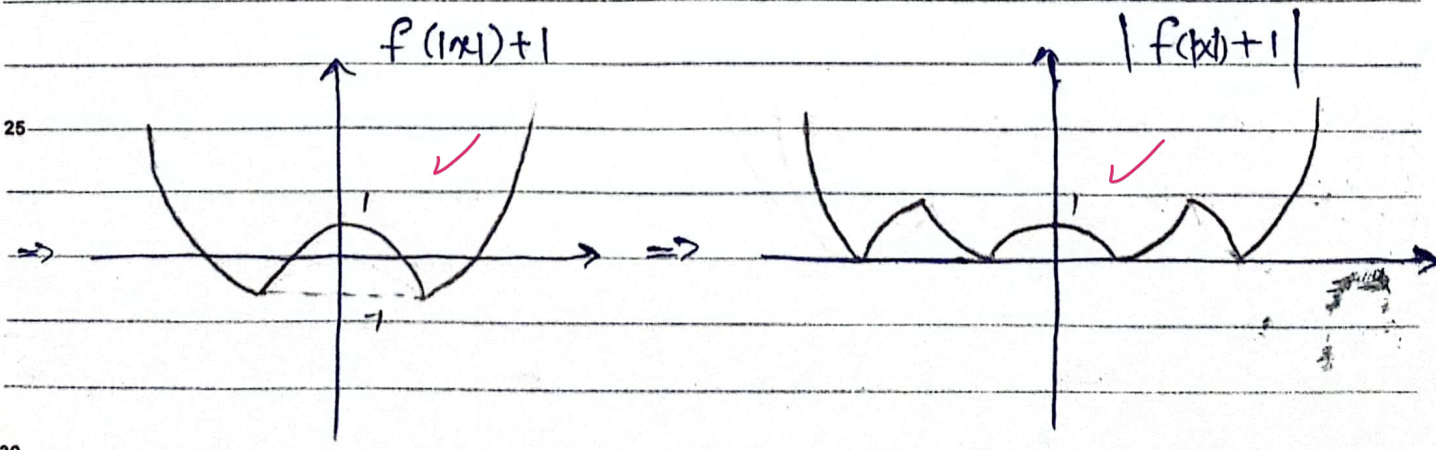
$f(|x|)$

(2)



$f(|x|) + 1$

$|f(x) + 1|$

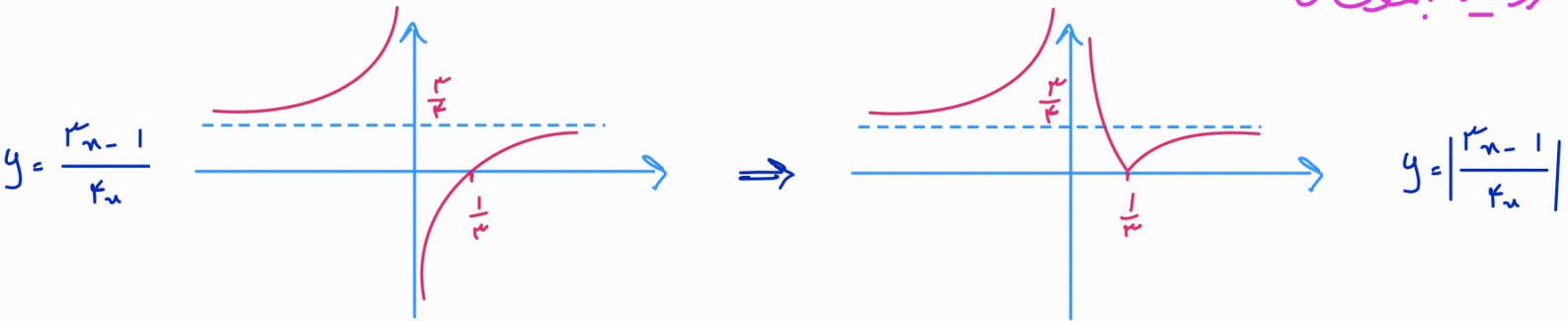


۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
رو حساب می‌کنیم بعد قدر مطلق می‌گیریم

فقط خواست باشد که $y = \frac{3}{4}$ هم هست داخل برد

$y = -\frac{3}{4}$ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم $y = \frac{3}{4}$

روند بهمونی:



$$8-ب) y = \sqrt{\frac{4(n-2)}{4(n-2)}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \frac{2}{2} \rightarrow R_y = \left\{ \frac{2}{2} \right\}$$