

$$f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1 \rightarrow -x f(-x) + x^2 f(x) = -2x|x| - x$$

$$f(x) + x f(-x) = 2|x| + 1 \quad \underline{x f(-x) + f(x) = 2|x| + 1}$$

$$f(x) + x^2 f(x) = 2|x| - 2x|x| - x + 1$$

$$\rightarrow f(x)(1 + x^2) = 2|x|(1 - x) + 1 - x = (1 - x)(2|x| + 1)$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{(2|x| + 1)(1 - x)}{x^2 + 1}$$

$$f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} f(0) + f(0) = 0 - 3 \cdot 0 + 4$$

$$\rightarrow 2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 3 \rightarrow f(x) + 3 = x^2 - 3x + 4$$

$$\rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 3 \rightarrow f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 3$$

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + x(1 - y) + (y + 2) = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(1 - y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(y + 2)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\rightarrow (1 - y)^2 - 4(y + 2) \geq 0 \rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4y - 8 \geq 0$$

$$\rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0 \rightarrow (y - 7)(y + 1) \geq 0 \quad \begin{array}{c} -1 \\ + \quad - \quad + \\ 7 \end{array}$$

$$\rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

$$\text{الف) } y = 2x^2 - 5x + 1 \xrightarrow{a > 0} \begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ y_{\min} = \frac{-17}{2} \end{cases}$$

$$R_f = [y_{\min}, +\infty) \rightarrow R_f = \left[ \frac{-17}{2}, +\infty \right)$$

ب)  $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$

هسته عبارت درجه دوم است ابتدا باید به فرم هسته را  
حساب کنیم و پس عملکرد تابع را روی آن اعمال کنیم.

$\alpha \rightarrow \begin{cases} x_{\max} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_{\max} = 4 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$

(4)

ج)  $y = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4x + 1}$

هسته عبارت چند جمله ای که از مرتبه فرد است  
برابر  $\mathbb{R}$  من باشد و رادیکال طر که روی آن اعمال  
کنیم خواهیم داشت :

$R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty)$

د)  $y = \log(x^3 - 6x^2 + 7x + 4)$

هسته عبارت چند جمله ای که از مرتبه فرد است  
برابر  $\mathbb{R}$  من باشد و لگاریتم طر که روی آن  
اعمال کنیم خواهیم داشت :

$\mathbb{R} \xrightarrow{\log} R_f = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

الف)  $y = \frac{3x+1}{2x-4}$

بر دو تابع همگرا افقی به صورت  $R - \{ \frac{3}{2} \}$  من باشد.

$R_f = \mathbb{R} - \{ \frac{3}{2} \}$

ب)  $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$

$R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} \rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{2\}$

(5)

ج)  $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}$

کمترین مقداری که  $\sqrt{x^2+3}$  می تواند  
داشته باشد  $\sqrt{3}$  است در نتیجه

$\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

کمترین مقدار این عبارت برابر است با :

$\rightarrow R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د)  $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4}$

$\rightarrow y = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4$

کمترین مقداری که  $x^2+4$  می تواند  
داشته باشد 4 است ؛  
داریم :

$4 + \frac{1}{4} = 4.25 \rightarrow 4.25 \leq x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} \rightarrow 0.25 \leq x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4$

$\rightarrow R_f = [0.25, +\infty)$

روش اصل :  $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4$

$\rightarrow x^2(3-y) + 4+y = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{\pm \sqrt{-4(3-y)(4+y)}}{2(3-y)}$

$\rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow -4(3-y)(4+y) \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} -4 & 3 & 4 \\ + & - & + \end{array}$

$y \neq 3$

$\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

پکمک تکرار :  $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow y = \frac{3x^2 - 3}{x^2 - 1} + \frac{7}{x^2 - 1}$

$\rightarrow y = 3 + \frac{7}{x^2 - 1}$  کمترین مقدار  $x^2$  برابر صفر است و بیشترین مقدار  $x^2$  برابر  $\infty$  است.

$\begin{array}{l} 0 \rightarrow 3 + \frac{7}{-1} = 3 - 7 = -4 \\ \infty \rightarrow 3 + \frac{7}{\infty - 1} = 3 + \frac{7}{\infty} = 3 + 0 = 3 \end{array}$

④

چون مخرج می تواند صفر شود در نتیجه برد خارج این دو عدد است.

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

$f(x) = \frac{2 \sin x + 4}{\sin x - 3}$   $\begin{array}{l} 1 \rightarrow \frac{2+4}{1-3} = \frac{6}{-2} = -3 \\ -1 \rightarrow \frac{-2+4}{-1-3} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \end{array}$

مخرج کسر نمی تواند صفر شود.

$\rightarrow R_f = [-\frac{1}{2}, -3]$

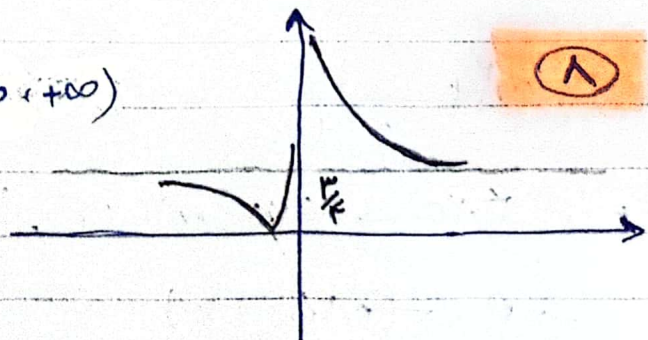
⑤

الف)  $y = \left| \frac{3x-1}{4x} \right|$

$R_f = [0, +\infty)$

$\frac{0}{0} = 0$  ریشه مخرج = مجانب قائم

مجاانب افقی =  $\frac{a}{c} = \frac{3}{4}$



⑥

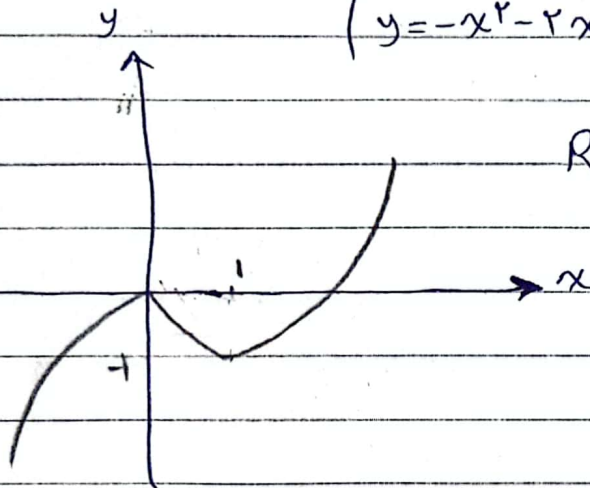
ب)  $y = \sqrt{\frac{9x-18}{-1+2x}}$

برای تابع همگرا فیک به صورت  $\{ \frac{9}{2} \}$  است و  
برای بهینه حساب کرده و سپس عملیات را  
در روی آن اعمال می کنیم.

$R_f = \sqrt{11R - \{ \frac{9}{2} \}} \Rightarrow R_f = [0, \infty) - \{ \frac{3}{2} \}$

۸

$y = x|x| - 2x \rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 2x & ; x \geq 0 \\ y = -x^2 - 2x & ; x \leq 0 \end{cases}$



$R_f = \mathbb{R}$

۹

۱۰

$f(x)$

$f(|x|)$



$f(|x|)+1$

$|f(x)+1|$

