

الف) $f(m) = 2 \sin^2(m + \frac{\pi}{4}) - 1$
 $0 \leq \sin^2(m + \frac{\pi}{4}) \leq 1$
 $0 \leq 2 \sin^2(m + \frac{\pi}{4}) \leq 2$
 $-1 \leq 2 \sin^2(m + \frac{\pi}{4}) - 1 \leq 1$
 $R_f = [-1, 1]$

ب) $g(m) = 3 \cos^3 m - 4$
 $-1 \leq \cos^3 m \leq 1$
 $-3 \leq 3 \cos^3 m \leq 3$
 $-7 \leq 3 \cos^3 m - 4 \leq -1$
 $R_g = [-7, -1]$

$y = \frac{n}{|n|} + [n] \Rightarrow f(n) = \begin{cases} 1 + [n] & 0 \leq n \leq 2 \\ -1 + [n] & -2 \leq n \leq 0 \end{cases}$

جدول مقادیر:

$0 \leq n < 1$	$[n] = 0$
$1 \leq n < 2$	$[n] = 1$
$-2 \leq n < -1$	$[n] = -2$
$-1 \leq n < 0$	$[n] = -1$

گراف تابع $y = \frac{n}{|n|} + [n]$ را در نمودار مشاهده می‌کنیم.

$y = \left| \frac{n+1}{n+2} \right|$ و $y' = \frac{n+1}{n+2}$

این نمودار را درون قدر مطلق رسم می‌کنیم.

نقطه بحرانی: $y' = 0 \Rightarrow n = -1$

محدوده: $y = \left| \frac{n+1}{n+2} \right|$

نمودار تابع و مشتق آن را در نمودار مشاهده می‌کنیم.

معادله: $|n-2| + |y-1| = 3$

مقادیر: $n = 2, y = 1$

مقادیر دیگر: $n = 5, y = 1$ و $n = -1, y = 4$

نمودار دایره و مربع را در نمودار مشاهده می‌کنیم.

الف) $f(n) = n + \frac{1}{n} + \sqrt{2n + \frac{1}{n}}$

ب) $g(n) = (3 - \sin n)(1 + \sin n)$

مقادیر: $y = -1, y = 0, y = 4$

محدوده: $R_g = [0, 4]$

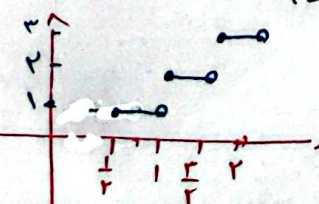
نمودار تابع و مشتق آن را در نمودار مشاهده می‌کنیم.

$f(n) = -\frac{1}{r} n + 1$ $S = \frac{n}{r} (a_1 + a_n)$
 $P_f = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ $n = 9$
 $\Rightarrow f(1) = 1 - \frac{1}{r} = \frac{r-1}{r}$ $a_1 = \frac{r-1}{r}$ $a_n = \frac{r-1}{r}, r$
 $f(2) = 1 - \frac{2}{r} = \frac{r-2}{r}$ $\left. \begin{array}{l} \text{یہ سب } r \text{ پر ضرب کیے جائیں} \\ R_f = \left\{ \frac{r-1}{r}, \frac{r-2}{r}, \dots, \frac{r-r}{r} \right\} \end{array} \right\}$
 $\vdots$
 $f(9) = 1 - r = r$ $S = \frac{9}{r} \left(\frac{r-1}{r} + \frac{r}{r} \right) = \frac{9}{r} - \frac{9}{r} = 0$
 $S = r$

$f(n) = \sqrt{an^2 + bn + c}$ $a = 0$ $f(n) = \sqrt{bn + c}$ $g(n) = \sqrt{nr + r}$
 $P_f = [r, +\infty)$ $bn + c \geq 0$ $n \geq -\frac{c}{b}$ $n \geq r$
 $\left. \begin{array}{l} \text{اگر } a=0 \text{ ہو تو } b \text{ یا } c \text{ کو } 0 \text{ سے بڑھاتا ہوں} \\ \text{تو } n \text{ کی جگہ پر } r \text{ آئے گا} \end{array} \right\}$
 $\left. \begin{array}{l} -\frac{c}{b} = r \\ c = -rb \end{array} \right\}$ $r \text{ سے بڑھاتا ہوں}$ $\sqrt{0, r} = \sqrt{r} = r$
 $f(r) = 1 \Rightarrow \sqrt{rb + c} = 1$ $rb + c = 1$ $c = -rb$ $b = 1$ $R_g = [r, +\infty)$

$f(n) = \frac{n^2 - 4n}{n^2 + 2} = \frac{n(n-4)}{n^2 + 2} = \frac{n(n-4)(n+2)}{n^2 + 2}$
 $P_f = \mathbb{R} - \{a, b\} \Rightarrow P_f = \mathbb{R} - \{-2, 1\}$ $f(n) = n^2 - 4n$ $\frac{r}{1, 1, 2, \dots, 11} = 1$ $R_f = [-1, +\infty) - \{1\}$
 $P_f = (c, +\infty) - \{1\}$ $c = -1$ $a = -2$ $b = 1$ $n = -2$
 $n^2 - 4n = 1$ $\Rightarrow f\left(\frac{a+b}{c}\right) = f\left(\frac{-2+1}{-1}\right) = f(-1)$
 $n^2 - 4n - 1 = 0$ $(n+2)(n-4) = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{جن } 1 \text{ پر ضرب کیا جائے گا} \\ \text{وہ } 1, 2, 3, \dots, 11 \text{ آئیں گے} \end{array} \right\}$ $f(-1) = 3$

$y = \sqrt{n^2 + 4n^2 + 12n - 1}$ $(n-2)^2 = 4n^2 - 4n^2 + 12n - 1$
 $\left. \begin{array}{l} \text{تو } y \text{ کی جگہ پر } n^2 \text{ آئے گا} \\ \text{تو } (n-2)^2 \text{ سے } n^2, 1 \end{array} \right\}$ $n^2 - 4n^2 + 12n - 1 = n^2 + 4n^2 + 12n - 1$
 $y = \sqrt{n^2 + 4n^2 + 12n - 1}$ $y = (n-2)$ $a = -4$ $b = 12$
 $P_y = [-4, 12]$ $-4 \leq n \leq 12$ $\boxed{-1 \leq n-2 \leq 10}$ $D_y = [-1, 1]$

$y = [n] + [n + \frac{1}{r}]$ $\frac{1}{r} \leq n < 1$ $[n] = 0$ $[n + \frac{1}{r}] = 1 \Rightarrow y = 1$
 $1 \leq n < \frac{r}{r}$ $[n] = 1$ $[n + \frac{1}{r}] = 1 \Rightarrow y = 2$
 $\frac{r}{r} \leq n < 2$ $[n] = 1$ $[n + \frac{1}{r}] = 2 \Rightarrow y = 3$
 $\left. \begin{array}{l} \text{فقط } 1 \text{ کی جگہ پر } n \text{ آئے گا} \\ \text{وہ } 1, 2, 3, \dots, 11 \text{ آئیں گے} \end{array} \right\}$
 $\frac{1}{r} \leq n < 2$ 
 $(1, 3, 5, \dots, 11)$