امین جلالی

①

الف) if $(x_1,y_1)\in f$, if $(x_2,y_2)\in f$ $\Big| \xrightarrow{\text{if } x_1=x_2} y_1^3=y_2^3 \Rightarrow y_1=y_2 \Rightarrow$ تابع هست

ب) مثال نقض $\Rightarrow x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}(\cos y)=\underbrace{y(\cos\frac{\pi}{2})}_{0} \Rightarrow \frac{\pi}{2}(\cos y)=0 \Rightarrow \cos y=0$

$\Rightarrow y=(k\pi+\frac{\pi}{2}) \Rightarrow$ تابع نیست

ج) $x+y+2\sqrt{xy}=0 \Rightarrow (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2=0 \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y} \xrightarrow{\text{چون } x,y\geq 0} x=y$ تابع همانی $\Rightarrow$ تابع است

د) $y^3+2y=xy^2+2x \Rightarrow y(y^2+2)=x(y^2+2) \Rightarrow x=y \Rightarrow$ تابع همانی $\Rightarrow$ تابع است

②

$\xrightarrow{x=-3} 2(-3)^2-b=a+2(-3) \Rightarrow 18-b=a-6 \Rightarrow \boxed{a+b=24}$

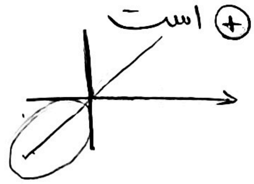
③

$-(x^2+bx-a)\geq 0$

$\Rightarrow (x-a)(x-b) \to x^2-(a+b)x+ab \Rightarrow ab=-a \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$\Rightarrow -(a+b)=b \Rightarrow -(a-1)=-1 \Rightarrow \boxed{a=+2} \qquad \Rightarrow 2-1=1 \quad \boxed{a+b}$

④ چون فقط ۱ ریشه دارد و با همان ریشه تغییر علامت داده پس تابع خطی بوده و شیب هم + است



$\Rightarrow a=0$ و $\sqrt{bx+c} \xrightarrow{x=2} 2b+c=0 \Rightarrow \boxed{c=-2b}$

$\Rightarrow -2b-3|b| = \boxed{-5b}$

⑤

الف) $|x|-[x]\neq 0 \Rightarrow \boxed{D(f)=\mathbb{R}-W}$ یا $(-\infty , 0)$

ب) (I) $x\geq 0$

(II) $9-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}\leq 9 \Rightarrow -81\leq x\leq 81$ $\xrightarrow{I\cap II} D(f)=[0 , 81]$

۶

الف) I) $3x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

II) $\log_{x}^{3x-1}\geq 0 \Rightarrow 3x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq \frac{2}{3}$

III) $x\neq 1$

$\xrightarrow{\cap} D(f)=[\frac{2}{3},+\infty)$

ب) $\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \Rightarrow 6+t-t^2>0 \Rightarrow -(t^2-t-6)>0 \Rightarrow$

	-2		3	
$+$		$-$		$+$

$\Rightarrow t=(-2,3) \Rightarrow t=\sqrt{|x|} \Rightarrow \boxed{D(f)=(-3,3)}$

۷

$\frac{3x+2}{x+b}+a\geq 0 \Rightarrow \frac{(3+a)x+ab+2}{x+b}\geq 0$

ریشه مخرج $=-b$

ریشه صورت $=-\frac{ab+2}{3+a}$ $\Rightarrow$ چون ۱ ریشه دارد

$-b=\frac{-(ab+2)}{3+a} \Rightarrow -3b-ab=-ab-2 \Rightarrow -3b=-2 \Rightarrow \boxed{b=\frac{2}{3}}$

۸

$\xrightarrow[x\geq 5]{[x]\geq 4} \sqrt{2x-1-x+1}=\sqrt{x} \Rightarrow$ همواره صحیح $\Rightarrow [5,+\infty)$

$\xrightarrow[x<5]{[x]\leq 4} \sqrt{4x+3-x+1}=\sqrt{3x+4} \Rightarrow$

	$-\frac{4}{3}$	
$-$		$+$

$\Rightarrow [-\frac{4}{3},5)$

$\xrightarrow{\cup} [-\frac{4}{3},+\infty)$

۹

$\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^4} \Rightarrow \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}=\frac{3}{2x+1} \Rightarrow 2x+1\neq 0 \Rightarrow D(f)=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

۱۰

$1-\log(2x-a)\geq 0 \Rightarrow \log(2x-a)\leq 1 \Rightarrow 2x-a\leq 10$

$2x-a>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10\geq 2x-a>0$

$\Rightarrow 10+a\geq 2x>a$

$\frac{10+a}{2}\geq x>\frac{a}{2}$

$\Rightarrow D(f)=(\overset{b}{\frac{a}{2}},\overset{c}{\frac{10+a}{2}}] \Rightarrow \frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=\frac{10}{2}=\boxed{5}$