الف) $y^3 = 2x^2+2x-1 \to y=\sqrt[3]{2x^2+2x-1}$ تابع است. وقتی که عبارت تابع باشد، ریشه‌ی سوم آن هم تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2}\cos y = y\,\overset{0}{\cancel{\cos\frac{\pi}{2}}} \to \cos y=0 \to y=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\dots$ تابع نیست

ج) $x+y=2\sqrt{xy} \to x^2+y^2+2xy=4xy \to x^2+y^2-2xy=0 \to (x-y)^2=0 \to y=x$ تابع است

د) $xy^2+2x-y^3-2y=0 \to y^2(x-y)+2(x-y)=0 \to (x-y)(\underbrace{y^2+2}_{\text{همواره مثبت}})=0 \to x=y$ تابع است

---

۲) $f(x)\begin{cases}3x^2-b & x\geq 2\\ 2x^2-b & x<-1\\ a+2x & -2<x\leq -1\end{cases}$ $f(-1)=2-b=a-2 \to \boxed{a+b=4}$

---

۳) $-x^2-bx+a\geq 0 \xrightarrow[\text{[illegible]}]{\text{ضریب } x^2}$

$\to -(x-b)(x-a)=-(x^2-ax-bx+ab)$
$=-x^2+(a+b)x-ab$

$-x^2-bx+a=-x^2+(a+b)x-ab \to \begin{cases}-\cancel{a}b=\cancel{a} & \boxed{b=-1}\\ a+\cancel{b}=-\cancel{b} & \boxed{a=2}\end{cases}$ $\boxed{a+b=1}$

---

۴) $ax^2+bx+c\geq 0 \xrightarrow{D_f=(-\infty,1]}$

کامیار رحیمی

---

۵) الف) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \to |x|\neq[x] \to x\notin \mathbb{Z}^+\cup\{0\} \to \boxed{D_f=\mathbb{R}-\mathbb{W}}$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \to \sqrt{y}=9-\sqrt{x} \to \begin{cases}\boxed{x\geq 0}\\ \sqrt{y}\geq 0 \to 9-\sqrt{x}\geq 0 \to \sqrt{x}\leq 9 \to \boxed{x\leq 81}\end{cases}$ $\boxed{[0,81]}$

---

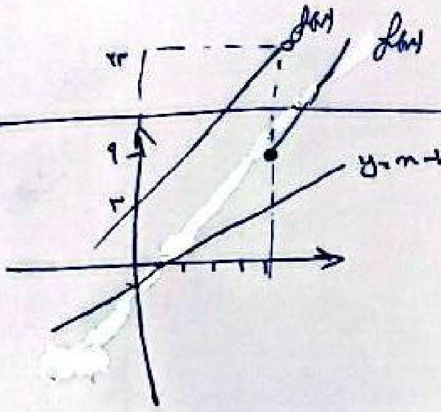
۶) $f(x)=\sqrt{\log_x(3x-1)} \to \begin{matrix}3x-1>0 \to \boxed{x>\frac{1}{3}}\\ x>0 \quad \boxed{x\neq 1}\end{matrix}$ $\log_x(3x-1)\geq 0 \begin{cases}\text{if } x>1 \to 3x-1\geq 1 \to x\geq\frac{2}{3} \to \boxed{x>1}\\ \text{if } 0<x<1 \to 3x-1\leq 1 \to x\leq\frac{2}{3}\end{cases} \to D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \to 6+\sqrt{|x|}-|x|>0 \to \sqrt{|x|}>|x|-6 \to |x|>x^2+36-12|x|$
$\to x^2-13|x|+36<0 \to (|x|-4)(|x|-9)<0 \to \begin{array}{ccccccccc} & -9 & & -4 & & 4 & & 9 & \\ + & \circ & - & \circ & + & \circ & - & \circ & +\end{array}$
$\to \boxed{D_f=(-9,-4)\cup(4,9)}$

-۷

-۸

$$f(x)\begin{cases} ۲x-۱ & x\geq ۵ \\ ۴x+۳ & x<۵ \end{cases}$$



$\sqrt{f(x)-x+۱} \Rightarrow f(x) \geq x-۱$

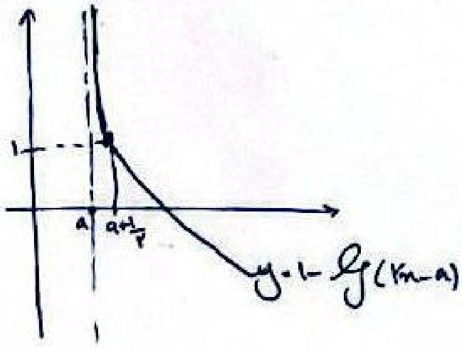
$۴x+۳ \geq x-۱ \rightarrow ۳x \geq -۴ \rightarrow x \geq -\frac{۴}{۳} \rightarrow \boxed{D_f = [-\frac{۴}{۳}, +\infty)}$

-۹

$$y = \frac{۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(۴x^۲+۴x+۱)^۲} = \frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)}{(۲x+۱)^۴} = \frac{۳(۲x+۱)^۳}{(۲x+۱)^۴} = \boxed{\frac{۳}{۲x+۱}}$$

$۴x^۲+۴x+۱ \neq ۰ \rightarrow (۲x+۱)^۲ \neq ۰ \rightarrow x \neq -\frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{۱}{۲}\}}$

-۱۰



$x = \frac{a+۱}{۲} \rightarrow \log_{۱۰}^{۲a+۱-a} = ۱ \rightarrow a+۱ = ۱۰ \rightarrow \boxed{a = ۹}$

$\rightarrow y = ۱ - \log(۲x-۹) \rightarrow ۲x-۹ > ۰ \rightarrow \boxed{x > \frac{۹}{۲}}$

$\log(۲x-۹) \leq ۱ \rightarrow ۲x-۹ \leq ۱۰ \rightarrow \boxed{x \leq \frac{۱۹}{۲}}$

$\rightarrow D_f = (\underset{b}{\frac{۹}{۲}}, \underset{c}{\frac{۱۹}{۲}}] \rightarrow c-b = \frac{۱۰}{۲} = ۵$

کاملا عالی