به نام خدا

نام و نام خانوادگی: تکلیف ۱ دوازدهم پسر B

۱.

الف) $y^2 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^2 = 2x^2 + 2x - 1$

$(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$ $\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \begin{cases} y_1^2 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^2 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases}$

$\Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$ تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}\text{ قابل قبول}} \frac{\pi}{2}\cos y = 0 \Rightarrow y = \left\{ x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y}$

$\Rightarrow x = y$

$(x, y > 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} x = y_1 \\ x = y_2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

د) $xy^2 + 2x - y^2 - 2y = 0 \Longrightarrow y^2 + 2y - xy^2 - 2x = 0$

$y^2(y - x) + 2(y - x) = 0 \Rightarrow (y - x)(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y^2 + 2 = 0 \text{ ق ق} \\ \boxed{y = x} \checkmark \end{cases}$

$\begin{cases} y_1 = x \\ y_2 = x \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2$

۲- $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b; & |x - 1| \geq 2 \\ a + 2x; & -2 < x < -1 \end{cases}$ $\Rightarrow x - 1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3$

$x - 1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1$

چون عبارت تابع است باید به ازای نقاط مشترک دو ضابطه مقدار برابر بدهد

$(x_0, y_0) \in f$, $(x_0, y_0) \in t$ $\Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow a + 2x = 2x^2 - b \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} a + b = 2x^2 - 2x \\ -2 < x < -1 \end{matrix}}$

البته عبارت ما باید در کل دامنه برای تمام x هایی که این ضابطه برایشان تعریف شده صدق کند.

۳- تابع سوددهی باید بیشتر از a و b برابر ۰ شود پس داریم

$$\begin{cases} a - ba - a^2 = 0 \\ a - b^2 - b^2 = 0 \Rightarrow a = 2b^2 \end{cases} \Rightarrow 2b^2 - 2b^2 - 4b^4 = 0$$

$$\Rightarrow 2b^2(1 - b - 2b^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=0, a=0 \\ \boxed{b=-1, a=2} \\ b=\frac{1}{2}, a=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow y = \sqrt{2 + x - x^2} \Rightarrow a + b = 1$$

$$Df = [-1, 2]$$

۴- با توجه به تعیین علامت این گونه مسائل که تابع فقط است پس ضریب x^2 برابر ۰ است

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$a = 0 \Rightarrow bx + c > 0$$

$$\rightarrow x > \frac{-c}{b} \rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \rightarrow c = -2b$$

$$, b < 0$$

$$\Rightarrow 3a + c - 2|b| = 2(0) + (-2b) - 2(-b) = 0 - 2b + 2b = \boxed{0}$$

۵- الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x]$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq [x] \; x \geq 0 \rightarrow x \notin \mathbb{Z} \\ -x \neq [x] \; x < 0 \rightarrow x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Df = \mathbb{R} - \mathbb{Z}^+ - \{0\}$$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$ I $\rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \leq 81$

$y \geq 0$

$y = 81 + x - 18\sqrt{x} = (\sqrt{x} - 9)^2 \Rightarrow x \geq 0$ II $\Rightarrow^{I,II} Df = [0, 81]$

۶- الف) $f(x) = \sqrt{\log_x^{2x-1}} \Rightarrow \begin{matrix} 2x - 1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2} \\ x > 0 \rightarrow x > 0 \\ x \neq 1 \rightarrow x \neq 1 \end{matrix} \Bigg\} \begin{matrix} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \end{matrix}$

$\log_x^{2x-1} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \Rightarrow 2x - 1 \leq 1 \rightarrow x \leq \frac{2}{2} \rightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{2}{2} \\ 1 < x \rightarrow 2x - 1 \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{2}{2} \rightarrow 1 < x \end{cases}$

$$\Rightarrow Df = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\right] \cup (1, +\infty)$$

ب) $\log \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \rightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x| \neq 0$

$\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} > 0$

$\sqrt{|x|}=t \Rightarrow 6+t-t^2>0$

$-2 \quad 3$

$-|+|-$

$\rightarrow -2<\sqrt{|x|}<3 \rightarrow |x|<9 \Rightarrow -9<x<9$

$\rightarrow Df: (-9,9)$

۷- $\frac{3x+2}{x+b}+a>0 \rightarrow \frac{x(3+a)+2+ab}{x+b} \geq 0$

با توجه به جدول تعیین علامت عبارت ... فرض کنید عبارت ... (ریشه مخرج)

$3+a=0 \rightarrow a=-3$ پس ضریب x در صورت ۰ است

چون دامنه $(0,+\infty)$ است پس -2 قرار نمی‌گیرد

$f: \sqrt{\frac{2-3b}{x+b}}$

$x=2 \rightarrow x+b=0 \rightarrow \boxed{b=-2} \Rightarrow f: \sqrt{\frac{3x+2}{x-2}}-3$ II

$f: \begin{cases} 2x-1 ; [x]>2 \rightarrow x \geq 3 \text{ I} \rightarrow y: \sqrt{2x-1-x-1}=\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \text{ II} \\ 3x+2 ; [x]<2 \rightarrow x<3 \text{ I} \rightarrow y: \sqrt{6x+4-x+1}=\sqrt{5x+5} \rightarrow x \geq -1 \text{ II} \end{cases}$ ۸-

$\rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -1 \leq x < 3 \end{cases} \rightarrow Df: [-1,+\infty)$

۹- $y: \frac{3(18x^2+12x+2)}{(3x+1)^2} \cdot \frac{3(3x+1)^2}{(3x+1)^3}=\frac{3}{3x+1}$

$(3x+1)^3 \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{1}{3} \Rightarrow Df: \mathbb{R}-\{\frac{1}{3}\}$

۱۰- $y: \sqrt{1-\log(3x-a)} \Rightarrow 3x-a>0 \rightarrow x>\frac{a}{3}$

$1-\log(3x-a) \geq 0 \rightarrow 1 \geq \log(3x-a) \rightarrow 10 \geq 3x-a \rightarrow \frac{10+a}{3} \geq x$

$\rightarrow \frac{a}{3}<x \leq \frac{10+a}{3} \rightarrow \begin{cases} b=\frac{a}{3} \\ c \cdot \delta = \frac{a}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{c-b=\delta}$