نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱... کلاس ....

۱۹/۷۵

۱

(۲)

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1$ ، $y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع ✓

ب) $x \cos y = y \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow y = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ⟶ تابع نیست ✓

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ ، $x, y \geq 0 \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$ ، $D_f \neq \mathbb{R}$ ✓ تابع است

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow x(y^2+2) - (y^3+2y) = x(y^2+2) - y(y^2+2) \Rightarrow (y^2+2)(x-y) = 0$ ، $y^2 \neq -2$ ، $x = y$ ✓ تابع است

۲

(۲)

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b ; & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x ; & -3 < x < -1 \end{cases}$ ⟵ $|x-1| \geq 2 \Rightarrow -2 \geq x - 1 \geq 2 \Rightarrow -1 \geq x \geq 3$

$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow 2x^2 - b = a + 2x \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$ ✓

۳

(۲)

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ ، $D_f = [a, b] \Rightarrow \sqrt{-(x^2 + bx - a)} \Rightarrow \sqrt{-(x-a)(x-b)}$

$ab = -a \Rightarrow b = -1$

$-(a+b) = b \Rightarrow a = -2b \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$ ✓

۴

(۲)

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ، $D_f = (-\infty, 2) \Rightarrow x < 2 \Rightarrow bx + c \xrightarrow{x=2} 2b + c = 0$

$a = 0$ ⟵ معادله نمی‌تواند درجه ۲ باشد

$\Rightarrow c = -2b$

$3a + c - 3(b) \Rightarrow 0 + (-2b) + 3b = b$ ✓

۵

(۲)

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x]$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow |x| \neq x$ ⟵ $(-\infty, 0)$

$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow |x| \neq x - 1 \Rightarrow x \neq -x + 1$ ، ~~$x \neq x - 1$~~ ⟵ $2x \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$ ⟵ در جواب نیست

$D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W}$ ✓

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow y = (9 - \sqrt{x})^2 \Rightarrow x \geq 0$ ، $x \leq 81$

$\Rightarrow D_f = [0, 81]$ ✓

$f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \Rightarrow x>0,\ x\neq 1$; $3x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$; $\begin{cases} x>1 \Rightarrow 3x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq \frac{2}{3} \\ 0<x<1 \Rightarrow 0<3x-1\leq 1 \Rightarrow \frac{1}{3}<x\leq\frac{2}{3} \end{cases}$ → $D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$ (۱/۷۵) ب) $f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{\lvert x\rvert}-\lvert x\rvert} \Rightarrow 6+\sqrt{\lvert x\rvert}-\lvert x\rvert>0 \Rightarrow -\lvert x\rvert+\sqrt{x}+6>0$ $\Rightarrow (\sqrt{\lvert x\rvert}-3)(\sqrt{x}+2)<0 \Rightarrow \sqrt{x}<3 \Rightarrow \lvert x\rvert<9 \Rightarrow D_f=(-9,9)$	۶
(۲) $y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a}$ $D_f=(2,+\infty) \Rightarrow \sqrt{\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}}\geq 0,\ x+b\neq 0 \Rightarrow x\neq -b$ $\sqrt{\frac{(3+a)x+ab+2}{x+b}}$ → چون دامنه‌ی ما باشد تابع خطی است $a=-3$ $\Rightarrow b+2=0 \Rightarrow b=-2$	۷
(۲) $f(x)=\begin{cases}2x-1 ; & [x]>4 \\ 4x+3 ; & [x]\leq 4\end{cases}$ $y=\sqrt{f(x)-x+1}$ $\xrightarrow{I+II} D_f=[-\frac{4}{3},+\infty)$ $f(x)\begin{cases}2x-1 ; x\geq 5 \Rightarrow y=\sqrt{2x-1-x+1}=\sqrt{x} & I \\ 4x+3 ; x<5 \Rightarrow y=\sqrt{4x+3-x+1} \Rightarrow \sqrt{3x+4} \rightarrow 3x+4\geq 0 \rightarrow x\geq -\frac{4}{3} & II\end{cases}$	۸
(۲) $y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(2x+1)^4}=\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^4}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}$ $=\frac{3}{2x+1} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$	۹
(۲) $y=\sqrt{1-\log(2x-a)}$ $D_f=(b,c]$ $2x-a>0\ ,\ 2x-a\leq 10 \Rightarrow 0<2x-a\leq 10 \Rightarrow a<2x\leq 10+a$ $\Rightarrow \frac{a}{2}<x\leq\frac{10+a}{2} \Rightarrow b=\frac{a}{2},\ c=\frac{10+a}{2} \Rightarrow c-b=\frac{10}{2}=5$	۱۰