تکلیف ۱ | نویدامینی

1

الف)

$(x,y_1)\in f$, $(x,y_2)\in f \to y_1=y_2$

$\begin{cases} y_1^3 = 2x^2+2x-1 \\ y_2^3 = 2x^2+2x-1 \end{cases} \to y_1^3=y_2^3 \to y_1=y_2 \to$ تابع است

ب) $x=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\cos y = y\cos\cancel{\frac{\pi}{2}} \to \cos y = 0 \to y=0,\pi,2\pi,\dots \to$ تابع نیست

ج) $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2=(\sqrt{xy})^2 \to x^2+y^2+2xy=4xy$, $x^2+y^2-2xy=0 \to (x-y)^2=0$

$\to x=f(x) \to$ تابع همانی $\to$ تابع است

د) $x(y^2+2)-y(y^2+2)=(x-y)\underbrace{(y^2+2)}_{>0}=0 \to x=y \to$ تابع است

2

$|x-1|\geq 2 \to x-1\geq 2$ یا $x-1\leq -2$

$x\geq 3$, $x\leq -1$

$\underset{\text{ضابطه بالا}}{f(-1)}=\underset{\text{ضابطه پایین}}{f(-1)} \to 2(-1)^2-b=a+2(-1)=2-b=a-2 \to a+b=4$

3

$D_f=[b,a] \to f(a)=f(b)=0 \to \underbrace{\sqrt{a-b(b)-b^2}}_{\substack{-2b^2+a=0 \\ a=2b^2\ ☆}}=\underbrace{\sqrt{a-ab-a^2}}_{☆☆}=0$

☆ و ☆☆ $\to 2b^2-(2b^2)b-(2b^2)^2=2b^2-2b^3-4b^4=0$, $b^2(-4b^2-2b+2)=0$

یا $b=0 \to a=0 \to$ خلاف فرض ✗

یا $-4b^2-2b+2=0 \to 2b^2+b-1=0 \xrightarrow{\text{روش}} b^2+b-2=0$

$(b+2)(b-1)=0 \to b=1 , b=-2 \xrightarrow{\div 2} b=\frac{1}{2}, -1$

$b\in Z \to b=-1$

4

$f(x)=ax^2+bx+c \rightarrow D_f=$

یا $f(\alpha)=f(\beta)=0 \rightarrow D_f=(-\infty,\beta)\cup(\alpha,+\infty) \rightarrow$ غ ق ق یا $D_f=(\beta,\alpha)$ غ ق ق

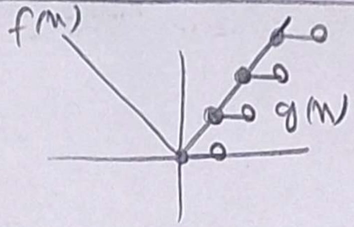
یا $a=0,\ f(\alpha)=0 \rightarrow D_f=(\alpha,+\infty)$ یا $D_f=(-\infty,\alpha)$

$b>0$ ✗ $\qquad b<0$ ✓ $\rightarrow a=0,\ 2b+c=0,\ \alpha=2$

$3a+c-3|b| = 3(0)+(-2b)-3(-b)=b$

5

الف) $\rightarrow |x|-[x]\neq 0 \rightarrow \underset{f(x)}{|x|}\neq \underset{g(x)}{[x]}$



$D_f=\mathbb{R}-W$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \rightarrow \sqrt{y}=9-\sqrt{x} \rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0$

$x\geq 0$ ☆ $\qquad \sqrt{x}\leq 9 \rightarrow x\leq 3$ ☆☆

☆ $\cap$ ☆☆ $\rightarrow 0\leq x\leq 3 \rightarrow D_f=[0,3]$

6

الف) $\sqrt{\log_x^{3x-1}} \rightarrow 3x-1>0 \rightarrow x>\frac{1}{3}$ ☆

$x>0,\ x\neq 1$

$\log_x^{3x-1}\geq 0$ یا

$0<x<1 \rightarrow 3x-1\leq 1 \rightarrow 3x\leq 2 \rightarrow x\leq\frac{2}{3}$, $\cap$ ☆ $\rightarrow \frac{1}{3}<x\leq\frac{2}{3}$

$x>1$ ☆☆ $\rightarrow 3x-1\geq 1 \rightarrow 3x\geq 2 \rightarrow x\geq\frac{2}{3}$, $\cap$ ☆☆ $\rightarrow x>1$

اجتماع

$\underbrace{(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)}_{D_f}$ ← و اگر با یه شرط ها اشتراک بگیریم باز به همین بازه می رسیم

ب) $\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \rightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x|\neq 0 \xrightarrow{|x|=t} -t^2+t+6\neq 0$

$t^2-t-6\neq 0 \rightarrow (t-3)(t+2)\neq 0$

$t\neq 3,\ t\neq -2$

$|x|\neq 3 \qquad |x|\neq -2 \rightarrow$ همواره برقرار ☆☆

$x\neq\pm 3$ ☆

☆, ☆☆ $\rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\pm 3\}$

نوید امینی تکلیف 1

نوید امینی تکلیف ۱

7

$\frac{3x+2}{x+b}+a \geq 0 \to \frac{3x+2+ax+ab}{x+b} \geq 0 \xrightarrow[\text{پس با توجه به فرض مسئله صورت ریشه ندارد پس ضریب x صفر شود}]{\text{مخرج همواره ریشه دارد}} \frac{x(a+3)+2+ab}{x+b} \to a=-3$

$2 =$ ریشه مخرج $\to 2+b=0 \to b=-2$

8

$f(x) \geq x-1$

$f(x) \begin{cases} x \geq 5 \to 2x-1 \to 2x-1 \geq x-1,\ x \geq 0 \cap ★ \to x \geq 5 \quad (\mathrm{I}) \\ x<5 \to 4x+3 \to 4x+3 \geq x-1 \to 3x \geq -4 \to x \geq -\frac{4}{3} \cap ★★ \to -\frac{4}{3} \leq x < 5 \quad (\mathrm{II}) \end{cases}$

$\mathrm{I} \cup \mathrm{II} \to \frac{4}{3} \leq x < 5 \cup x \geq 5 \to x \geq \frac{4}{3}$

9

$\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^4} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} \quad 2x+1 \neq 0 \to x \neq -\frac{1}{2}$

10

$\sqrt{1-\log_{10}(2x-a)} \to 2x \geq a \to x > \frac{a}{2}$

$\to \log_{10}^{2x-a} \leq 1 \to 2x-a \leq 10 \to x \leq \frac{10+a}{2}$

$Df = (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}]$

$\frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5$