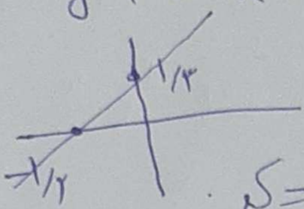
۱۶,۲۵

نام و نام خانوادگی ....[illegible]........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

$2y = 3x - 1 \to 2y + 1 = 3x \to x = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} \to f^{-1} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

x	y



$S = \frac{1}{3} \times 1/2 \times 1/2 = \frac{1}{12}$

(۲)

۲

الف - دو طرف نقطه اکسترمم در دامنه تابع ثبت ~~...~~ $\frac{b}{2a} = 1$

در شاخه یک به یک هست

$y = \sqrt{x-2} + 1 \to f^{-1}$ $R_f = D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$

ارفاق

ب - چون دو طرف اکسترمم در دامنه تابع ثبت پس یک به یک هست

$D_{f^{-1}} = [4, +\infty) = R_f$

(۲)

۳

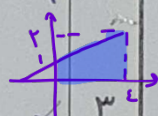
$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - \sqrt{4(x^2 - 4x + 4)} = 2x - 2|x-2|$

(۱/۲۵)

دقت کن

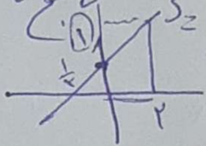
$\to x < -2 \to f(x) = 4x - 4$ وارون پذیر هست

$f^{-1}(x) = \frac{4+x}{4}$



$x > 2 \to f(x) = 4$ تابع ثابت وارون ندارد

$S = (1 + 1/2)/2$



$y = 4x - 2 \to f^{-1} = 1/4\, x + 1/2$

$S = \frac{4 \times 3}{2}$ (۶)

$= \frac{3}{2}$

۴

$f(x_1) = f(x_2) \to \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5}$

مشابه مثال ۵۷۳ جزوه :)

(۰)

$5x_1^2 = 5x_2^2 \to x_1^2 = x_2^2 \to x_1 = \pm x_2$

یک y نمی‌تواند ۲ x مختلف العلامت بدهد

$\leftarrow x_1 = x_2$ یک به یک

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \to y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \to x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1} \to x = \pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2 - 1}}$

$f^{-1}(x) = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ← (+) تابع تبدیل ← x و y هم علامت هستند

۵

حداکثر مقدار K زمانی اتفاق می‌افتد که دارای ۲ ...

دو تابع برابر باشند

$K - 4 = 3K + 8$

$\to K = -6 \to K = (-\infty, -6]$

(۲)

$f(x) = 3x + |x| \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$

$\rightarrow f^{-1} : \begin{cases} \frac{1}{4}x & x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x & x < 0 \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}|x|$

$\rightarrow a = \frac{3}{8} \quad b = -\frac{1}{8} \rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{1}{3}$

۲ ۶

$f(2) = \frac{10}{2+m} = -10 \rightarrow m = -3$

$f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x-3}$. $a = d$ زیرا

$\frac{3x+4}{x-2} + x = \frac{x^2+x+4}{x-2} = x \rightarrow x^2+x+4 = x^2-2x \rightarrow 3x = -4$, $x = -4/3$

۲ ۷

$g^{-1}(4) = a \rightarrow g(a) = 4 \rightarrow x/2 = a \rightarrow x = 2a \rightarrow 2x = 4a$

$f(3-4x) = 2 - g(a) = 2 - 4 = -2$

$\rightarrow f(3-4a) = -2 \rightarrow f^{-1}(-2) = 3 - 4a$

$\rightarrow 4a + 3 - 4a = 3$

۲ ۸

$y = \frac{5x-13}{1-x}$ $\xrightarrow[\text{y ها}]{\text{قرینه نسبت}}$ $y = -\left(\frac{5(-x)-13}{1+x}\right) \Rightarrow$ ۲ واحد به راست

$\frac{5x+13}{x+1} \rightarrow \frac{5(x-2)+13}{x-2+1} - 3 = \frac{2x+4}{x-1} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{x-1}$ پس ۱ واحد پایین $f(x) = f^{-1}(x)$

$\rightarrow y = \frac{5x+3}{x-1} = \frac{5x-13}{1-x} \rightarrow (5x+3)(1-x) = (x-1)(5x-13)$

$3x^2 + 3x - 12 = x^2 + 5x - 4$

$\rightarrow 10x^2 - 20x + 10 = 0 \rightarrow \frac{-b}{a} = S = \frac{20}{10} = 2$

$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad S = 2$

۱ ۹

$y = x + 4[x] \qquad [y] = 5[x] \qquad [x] = \frac{[y]}{5}$

$f^{-1} : [y] = [\frac{x}{5}] \qquad x + 4[x] - [\frac{x}{5}] = 4/8\,[x]$

۲ ۱۰

$f(x) = 3x + \lvert x \rvert \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ $\to f^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{4}x & x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x & x < 0 \end{cases} \to f^{-1}(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\lvert x \rvert$ $\to a = \frac{3}{8} \quad b = -\frac{1}{8} \to \frac{a}{b} = -3$	۶
$f(2) = \frac{10}{2+m} = -10 \to m = -3$ $f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x-3}$ زیرا $a=d$ $\frac{3x+4}{x-2} + x = \frac{x^2+x+4}{x-2} = x \to x^2+x+4 = x^2-2x \to 3x = -4$, $x = -4/3$	۷
$g^{-1}(4) = a \to g(a) = 4 \to \frac{x}{2} = a \to x = 2a \to 2x = 4a$ $f(3-4x) = 2 - g(a) = 2 - 4 = -2$ $\to f(3-4a) = -2 \to f^{-1}(-2) = 3-4a$ $\to 4a + 3 - 4a = 3$	۸
$y = \frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow[\text{به y}]{\text{قرینه نسبت}} y = -\left(\frac{5(-x)-13}{1+x}\right) \Rightarrow$ ۲ واحد به راست، ۱ واحد به پایین $\to y = \frac{5x+3}{x-1} = \frac{5x-13}{1-x} \to (5x+3)(1-x) = (x-1)(5x-13)$ $\to 10x^2 - 20x + 10 = 0 \to \frac{-b}{a} = S = \frac{20}{10} = 2$	۹
$y = x + 4[x] \quad [y] = 5[x] \quad [x] = \frac{[y]}{5}$ $f^{-1} = [y] = [\frac{x}{5}] \quad x + 4[x] - [\frac{x}{5}] = 4/8[x]$	۱۰

تکراری