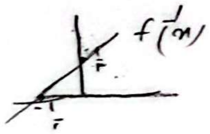
نام و نام خانوادگی ......شایان هیبتیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......یازدهم B......

۱

$2y = 3x - 1 \xrightarrow[x \leftrightarrow y]{} 2x = 3y - 1 \to \frac{2x+1}{3} = f^{-1}(x)$

$\to x = 0 \quad y = \frac{1}{3}$

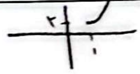
$\to y = 0 \to 2x+1 = 0 \to x = -\frac{1}{2}$



$\to S_{مثلث} = \frac{h \times قاعده}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

۲

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty) \xrightarrow{} $ شکل



$\longrightarrow$ یک به یک است $\quad R_f = [2, +\infty)$

$\to y = (x-1)^2 + 2 \to y - 2 = (x-1)^2 \to \pm\sqrt{y-2} + 1 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-2} + 1$

$\xrightarrow{R_{f^{-1}} = [1, +\infty)} f^{-1}(x) = +\sqrt{x-2} + 1 \quad D_{f^{-1}(x)} = R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

$\xrightarrow{\text{یک به یک است}} R_f\ [6, +\infty) \longrightarrow f^{-1}$ ضابطه را بالا حساب کردیم $\quad f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

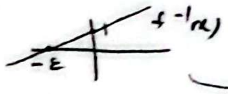
$D_{f^{-1}} = R_f = [6, +\infty)$

۳

$f(x) = 2x - \sqrt{\underbrace{16 - 4x(4-x)}_{4x^2 - 16x + 16}} \to f(x) = 2x - \sqrt{(2x-4)^2} \to f(x) = 2x - |2x-4|$

$x \geq 2 \to f(x) = 4 \longrightarrow$ یک به یک نیست

$x \leq 2 \to f(x) = 4x - 4$ یک به یک است $\longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad D_{f^{-1}}(-\infty, 4]$



$\to x \leq 2 \to 4x \leq 8 \to 4x - 4 \leq 4 \to R_f\ (-\infty, 4]$

$\longrightarrow S = (1 \times 4)\frac{1}{2} = \boxed{2}$

۴

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \to y_1 = y_2 \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$\to (x_1x_2)^2 - 5x_2^2 = (x_1x_2)^2 - 5x_1^2 \to x_1^2 = x_2^2 \to x_1 = \pm x_2 \to$ یک به یک است

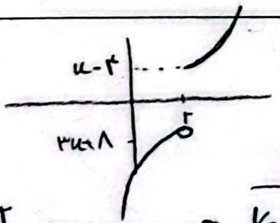
غیرقابل قبول زیرا x و y همواره هم علامت پس x_1 و x_2 هم هم علامت اند

$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \to x^2 = +\frac{5y^2}{y^2-1} \to x = \pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} = \frac{\pm y\sqrt{5}}{\sqrt{y^2-1}} \xrightarrow{\text{x و y هم علامت}}$

$x = \frac{y\sqrt{5}}{\sqrt{y^2-1}} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-1}(x) = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2-1}}$

۵

$g(x) \begin{cases} x^2 - 4x + a & x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 3a & x < 2 \end{cases}$



یک به یک است $\quad 3a+8 \leq a-4 \to 2a \leq -12 \longrightarrow \boxed{a \leq -6}$

$f(x)=3x+|x| \;\rightarrow\; x\geq 0:\ 4x \rightarrow f^{-1}(x)=\dfrac{x}{4}\quad x\geq 0$

$\qquad\qquad\qquad\;\rightarrow\; x\leq 0:\ 2x \rightarrow f^{-1}(x)=\dfrac{x}{2}\quad x\leq 0$

$f^{-1}(x)=ax+b|x| \rightarrow x\geq 0:\ (a+b)x \rightarrow a+b=\dfrac{1}{4}$ $\rightarrow a=\dfrac{3}{8}\ \ b=-\dfrac{1}{8}$ ۶

$\qquad\qquad\qquad\quad x\leq 0:\ (a-b)x \rightarrow a-b=\dfrac{1}{2}$

$ab=\dfrac{-3}{64}$

$f(x)=\dfrac{3x+4}{x+m}\ \xrightarrow{(2,-10)}\ \dfrac{10}{2+m}=-10 \rightarrow -2-m=1 \rightarrow m=-3$

$\rightarrow f(x)=\dfrac{3x+4}{x-3} \rightarrow x=-\dfrac{-3y-4}{y-3}=\dfrac{3y+4}{y-3}\ \xrightarrow{x\rightarrow y}\ f^{-1}(x)=\dfrac{3x+4}{x-3}$ ۷

$y=\underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x}+f^{-1}(x)=x+\dfrac{3x+4}{x-3}\ \xrightarrow[y=x]{\text{نیمساز}}\ x=x+\dfrac{3x+4}{x-3}$

$\longrightarrow \dfrac{3x+4}{x-3}=0 \longrightarrow \boxed{x=-\dfrac{4}{3}}$

$f(3-2x)=2-g\left(\dfrac{x}{2}\right)\qquad 4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)$

$\xrightarrow{x\rightarrow 2x} f(3-4x)=2-g(x)\ \xrightarrow[g(x)=y]{}\ f^{-1}(2-y)=3-4x \rightarrow f^{-1}(2-y)+4x=3$

$\xrightarrow[g^{-1}(y)=x]{} f^{-1}(2-y)+4g^{-1}(y)=3\ \xrightarrow{y\rightarrow x}\ f^{-1}(2-x)+4g^{-1}(x)=3$ ۸

$\xrightarrow{x=4} f^{-1}(-2)+4g^{-1}(4)=\boxed{3}$

$y=\dfrac{5x-13}{1-x}\ \xrightarrow[x\rightarrow -x]{y\rightarrow -y}\ -\left(\dfrac{-5x-13}{1+x}\right)=y \rightarrow \dfrac{5x+13}{1+x}=y$

$\xrightarrow[x\rightarrow x-2]{\text{۲ واحد راست}} \dfrac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\dfrac{5x+3}{x-1}\ \xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}}\ \dfrac{5x+3}{x-1}-3=y$ ۹

$y=\dfrac{5x+3-3x+3}{x-1}=\dfrac{2x+6}{x-1}=f(x) \rightarrow f^{-1}(x)=\dfrac{x+6}{x-2}$

$\rightarrow \dfrac{x+6}{x-2}=\dfrac{2x+6}{x-1} \rightarrow 2x^2+2x-12=x^2+5x-6 \rightarrow x^2-3x-6=0 \rightarrow$ جمع ریشه‌ها $\boxed{3}$

$f(x)=x+4[x]\ \xrightarrow[x\rightarrow y]{}\ x=y+4[y] \rightarrow x-4[y]=y$

$\rightarrow x=y+4[y] \rightarrow [x]=[y+4[y]]=5[y] \rightarrow [y]=\dfrac{[x]}{5}$

$\longrightarrow y=x-4\left(\dfrac{[x]}{5}\right) \Rightarrow f^{-1}(x)=x-\dfrac{4}{5}[x]=g(x)$ ۱۰

$(f-g)(x)=x+4[x]-\left(x-\dfrac{4}{5}[x]\right)=\boxed{\dfrac{24}{5}[x]}$