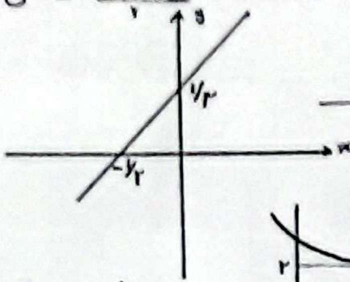
محمد صالح محسنی   دوازدهم پیرو B   تکلیف شماره ۱۰

۲۰ آفرین

①

$2y = 3x - 1 \longrightarrow y = \frac{3x-1}{2} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{3y-1}{2} \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = y$

$\frac{2}{3}x + 1/3 = y$

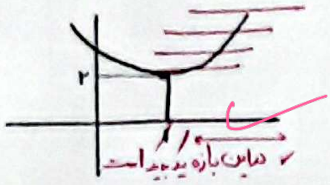


$\longrightarrow S = 1/2 \times 1/2 \times 1/3 = \frac{1}{12}$

۲

②

A) $x^2 - 2x + 3 = \ , \ x \in [1, +\infty)$



در این بازه یک به یک است

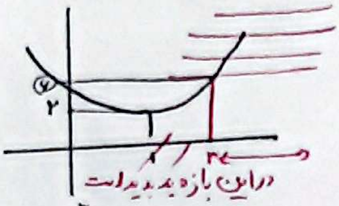
$R_f\ [2, +\infty)$

$\longrightarrow x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2 = y \longrightarrow (y-1)^2 + 2 = x \longrightarrow \sqrt{x-2} + 1 = y \quad x \in [2, +\infty)$

B) $x^2 - 2x + 3 = \ , \ x \in [3, +\infty)$

$9 - 6 + 3 = 6$

$R_f\ [6, +\infty)$



در این بازه یک به یک است

۲

$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 = y \longrightarrow \sqrt{y-\ }+\ = x \longrightarrow \sqrt{x-2} + 1 = y \quad x \in [6, +\infty)$

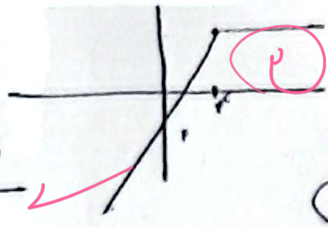
③

$\frac{x - \sqrt{16 - 8x(4-x)}}{2} \longrightarrow 2x - |2(x-2)| \longrightarrow x > 2 \quad 4$

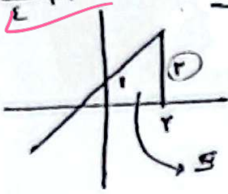
$\longrightarrow x < 2 \quad 4x - 4$

$16 - 16x + 2x^2 \longrightarrow$

$4x^2 - 16x + 16 \longrightarrow 4(x-2)^2 \longrightarrow f^{-1} = \frac{x}{4} + 1$



۲



$S = \frac{2 \times 4}{2} = (4)$

④

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}}$

$\frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 \longrightarrow x_1^2 = x_2^2 \longrightarrow x_1 = \pm x_2$

پس برای نمی‌تواند ۲ x متفاوت داشته باشد پس $x_1 = x_2$ است پس تابع یک به یک است

$\frac{x_1}{\sqrt{x^2 - 5}} = y \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} = x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \Rightarrow x^2 y^2 - 5x^2 = y^2$

۲

$y^2 = \frac{5x^2}{x^2 - 1} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}} = \frac{\sqrt{5}\, x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

۵-

$f(x) = x^2 - 4x + k \quad x \geq 2 \longrightarrow$ تابع صعودی

$g(x) = -x^2 + 6x + 3k \quad x < 2 \longrightarrow$ تابع نزولی

$f(2) \geq g(2) \longrightarrow -4 + k \geq 8 + 3k \longrightarrow -12 \geq 2k \longrightarrow -6 \geq k$ ✓

۲

۶-

$3x + |x| \longrightarrow 4x \;,\; x \geq 0 \longrightarrow \frac{x}{4} \quad x \geq 0$

$\qquad\qquad 2x \;,\; x \leq 0 \longrightarrow \frac{x}{2} \quad 0 \geq x$

$ax + b|x| \longrightarrow (a+b)x \quad x \geq 0 \longrightarrow a + b = \frac{1}{4} \longrightarrow 2a = \frac{3}{4} \longrightarrow a = \frac{3}{8}$

$\qquad\qquad \longrightarrow (a-b)x \quad 0 \geq x \longrightarrow a - b = \frac{1}{2} \qquad , b = -\frac{1}{8}$

$\longrightarrow ab = \frac{3}{8} \times -\frac{1}{8} = -\frac{3}{64}$

۲

۷

$\frac{3x+4}{x+m} \longrightarrow \frac{6+4}{2+m} = -10 \longrightarrow m = -3$

$\frac{3x+4}{x-c} \qquad f \circ f^{-1}(x) = x \qquad x + \frac{3x+4}{x-c} = x \Rightarrow \frac{3x+4}{x-c} = 0$

$x = \frac{-4}{3}$

۲

۸

$f(3-2x) = 2 - g(\frac{x}{2})$

$2g^{-1}(2) + f^{-1}(-2)$

$f(3-2x) = -2 = 2 - g(\frac{x}{2}) \longrightarrow g(\frac{x}{2}) = 4 \longrightarrow g^{-1}(4) = \frac{x}{2}$

$\underbrace{2g^{-1}(4)}_{2x} + \underbrace{f^{-1}(-2)}_{3-2x} = 3$

۲

۹

$\xrightarrow{-x} \frac{-5x-13}{1+x} \xrightarrow{-y} \frac{5x+13}{x+1} \xrightarrow{y=x-2} \frac{5x+3}{x-1} \xrightarrow{y-3} \frac{5x+3}{x-1} - 3$

$\longrightarrow \frac{2x+6}{x-1} = f(x) \qquad \frac{2x+6}{x-1} = x \longrightarrow \frac{-x^2 + 3x + 6}{x-1}$

$-x^2 + 3x + 6 = 0 \longrightarrow s = \frac{-b}{a} = 3$

۳

۱۰)

براکت ها رو شبیه ۴ ننویس لطفا

۳

$$f(x) = x + 4\{x\}$$

$$= x = y + 4\{y\} \longrightarrow y = x - 4\{y\}$$

$$\{x\} = \{y + 4\{y\}\} = \{x\} = 5\{y\} \Rightarrow \{y\} = \frac{\{x\}}{5}$$

$$y = x - \frac{4\{x\}}{5} = g(x)$$

$$x + 4\{x\} - x + \frac{4\{x\}}{5} = \frac{24\{x\}}{5} = f\circ g(x)$$