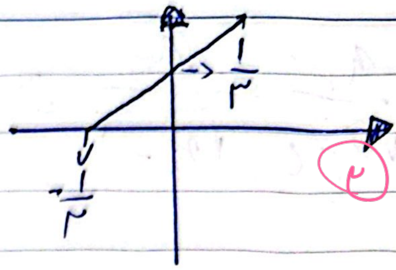
«آروین خالق زاده»

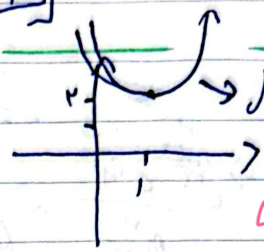
۱۴,۵ آفرین

۱) $2y = 3x - 1 \Rightarrow y^{-1} = f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow$



$\Rightarrow$ مساحت $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{12}$

۲) الف) $= x^2 - 2x + 3$



$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow$, $x = [1, +\infty)$ $\Rightarrow$ $D_{f^{-1}} = R_f = [2, +\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = y^2 - 2y + 3 \Rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \Rightarrow \pm\sqrt{x-2} + 1 = y$

غ ق ق

$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad x = [2, +\infty)$

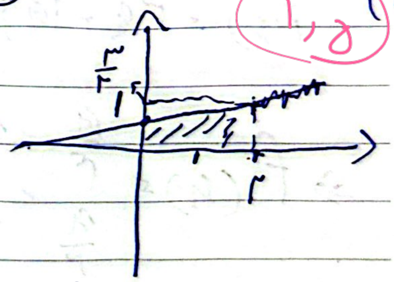
ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x = [3, +\infty)$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$. دقیقا همون قبلی و فقط دامنه متفاوت می‌شه

$x = [6, +\infty)$

۳) $f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - |2x - 4|$ ؟ ⇒

$x = (-\infty, 2]$ و درون جذر نامنفی

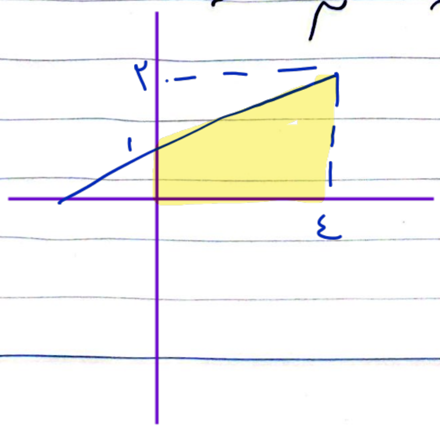


$\Rightarrow 2x - |2x - 4| = 4x - 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} \Rightarrow$

$x \le 2$

مساحت $= \frac{(1 + \frac{3}{2}) + 2}{2} = \frac{5}{2}$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 4]$



$\rightarrow S = \frac{4(1+2)}{2} = 6$

۵ نمره

۴) $\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5} \Rightarrow x_1^2x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2x_2^2 - 5x_2^2$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$x_1 = \pm x_2$

باید بیشتر خلاصه تا آخر نمره کامل نی

$y_1 = y_2$ ، که x را پیدا کنیم، چون هم علامت

$f(x) \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y^2 = \frac{5x^2}{x^2-1} \Rightarrow y = \pm\frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2-1}}$

(دوباره همون دلیل قبلی)

۲

۵) $g(x) = \begin{cases} x^2-4x+k & x \geq 2 \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a} = 2 \\ -x^2+6x+3k & x<2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 3 \end{cases}$

✓ برای اینکه باید ... مورد ... خراب نکنه ۱

✗ ناقص ۲

$\Rightarrow$ ۲ ضابطه در نقطه ۲ $\Rightarrow 8+3k \leq k-4 \Rightarrow k \leq -6 \Rightarrow k \in (-\infty, -6]$

باید عرض‌ها با هم برابر باشند که معادله یکی به یکی دربیاد

۱ درست درمیاد

۶) $f(x) = 3x + |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{4} \\ 2x & x<0 \quad f^{-1}(x) = \frac{x}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & x \geq 0 \\ \frac{x}{2} & x<0 \end{cases}$ تبدیل $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x}{8} - \left|\frac{x}{8}\right| \Rightarrow \underbrace{\frac{3}{8}}_{a}x - \underbrace{\frac{1}{8}}_{b}|x|$

$\Rightarrow ab = \frac{3}{8} \times -\frac{1}{8} = \frac{-3}{64}$

۲

(۷

$y=\frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(2,-1)} -1=\frac{10}{m+2} \Rightarrow m=-3$

$\Rightarrow y=\frac{3x+4}{x-3}$ وارون $\Rightarrow$ عوض کردن x و y و علامت ها $\frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x)$

۲

$\Rightarrow f\circ f^{-1}(x)+f^{-1}(x)=x+f(x)$ | $\Rightarrow \frac{3x+4}{x-3}+x=x$

نیمساز ناحیه اول و سوم $\Rightarrow y=x$ | $\Rightarrow \frac{3x+4}{x-3}=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$

(۸ که حقیقتا با [illegible] حل شد

$x\times 2 \rightarrow 2-g(x)=f(3-4x) \Rightarrow g(x)=2-f(3-4x)=t$

$\Rightarrow f(3-4x)=2-t \Rightarrow f^{-1}(2-t)=3-4x \Rightarrow x=\frac{3-f^{-1}(2-t)}{4}$

۲

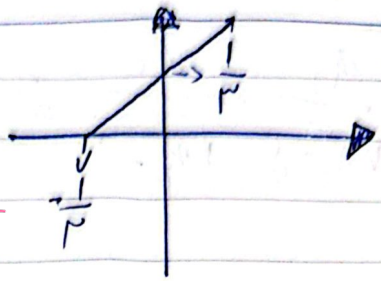
$\Rightarrow g(x)=t \Rightarrow g^{-1}(t)=x \Rightarrow g^{-1}(t)=\frac{3-f^{-1}(t)}{4}$

$\Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{3-f^{-1}(2-x)}{4} \Rightarrow 4g^{-1}(x)=3-f^{-1}(2-x) \Rightarrow 4g^{-1}(x)+f^{-1}(2-x)=3$

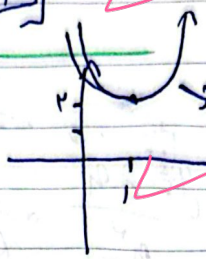
$\Rightarrow 4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3$ که با کمک باز هم بلدم

«آرویز خالق زاده»

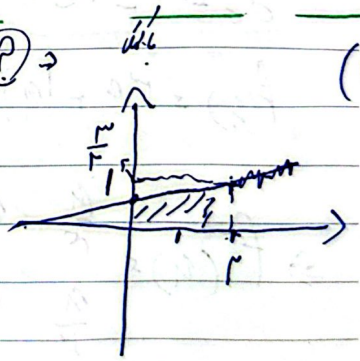
۱)



۲)



۳)



۹)

$y = \frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه}} y = \frac{5x+13}{x+1} \xrightarrow{\text{۲ واحد راست، ۳ واحد پایین}} \frac{5x+3}{x-1} - 3$

$\Rightarrow \frac{2x+6}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+6}{x-2} \Rightarrow \frac{x+6}{x-2} = \frac{2x+6}{x-1}$

۲

$x^2 + 5x - 6 = 2x^2 + 2x - 12 \Rightarrow x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow$ مجموع $= -\frac{b}{a} = \boxed{3}$

۱۰) [illegible] داریم

$y = x + 4[x] \Rightarrow y = x + 4[x]$

$[y] = 5[x] \rightarrow \frac{1}{5}[y] = [x] \Rightarrow y = x + \frac{4}{5}[y]$

۲

$\rightarrow x = y - \frac{4}{5}[y] \Rightarrow \left(y = x - \frac{4}{5}[x]\right)$ (struck out in pink)

$(f-g)(x) = x + 4[x] - x + \frac{4}{5}[x] \Rightarrow (f-g)(x) = \frac{24}{5}[x]$