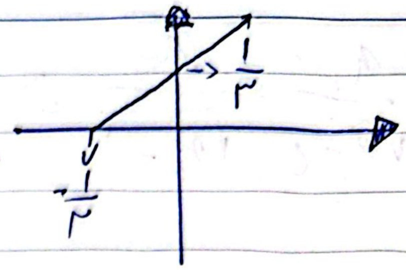
«آروین خالق زاده»

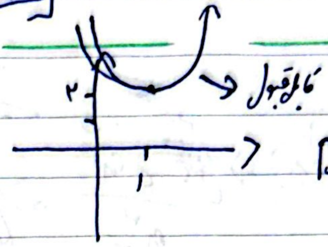
(1 $2y = 3x - 1 \Rightarrow y^{-1} = f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow$




$\Rightarrow$ مساحت $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

(2 الف) $= x^2 - 2x + 3$

$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow$ [illegible] $x = [1, +\infty)$ $\Rightarrow$




$D_{f^{-1}} = R_f = [2, +\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = y^2 - 2y + 3 \Rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \Rightarrow \pm\sqrt{x-2} + 1 = y$

غ ق ق

$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \in [2, +\infty)$

ب) [illegible] $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

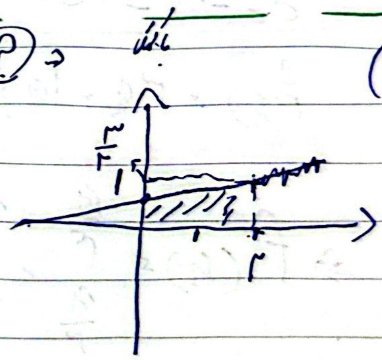
دقیقا همون قبل و فقط دامنه متفاوت می شه.

$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

$x \in [6, +\infty)$

(3 $f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - |2x - 4|$ ⓟ $\Rightarrow$ نمودار

و درون جذر نامنفی است $x \in (-\infty, 2]$




$\Rightarrow 2x - |2x - 4| = 4x - 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} \Rightarrow$

$x \le 2$

مساحت $=$ [illegible] $\frac{(1 + \frac{3}{2}) \times 2}{2} = \frac{5}{2}$

REEF GROUP

۵ نمره

ح)

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5} \Rightarrow x_1^2x_2^2-5x_2^2=x_1^2x_2^2-5x_1^2$$

$$\Rightarrow x_1^2=x_2^2$$

$$x_1=\cancel{\pm}\,x_2$$

با یک جمله خلاصه تا بر... نمونه کنند

$y_1=y_2$ باید یکی باشند چون هم علامت

$$f(x) \Rightarrow y^2=\frac{x^2}{x^2-5} \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y^2=\frac{5x^2}{x^2-1} \Rightarrow y=\cancel{\pm}\frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2-1}}$$

(دوباره همون دلیل قبل)

ط)

$$g(x)=\begin{cases} x^2-4x+K & x\geq 2 \Rightarrow x_v=\frac{-b}{2a}=2 \;\checkmark \\ -x^2+6x+3K & x<2 \Rightarrow \frac{-b}{2a}=3 \;\times \end{cases}$$

پس باید بیشترین مقدار در ... را به سوی ... تر 1

غ ق ق

$\Rightarrow$ $x=2$ ضابطه در نقطه ۲ $\Rightarrow$ باید هرکدام باهم برابر باشند که معادله یکی به یکی در بیاید $\Rightarrow 8+3K\leq K-4 \Rightarrow K\leq -6 \Rightarrow K=(-\infty,-6]$

1 درست درمیاد

ی)

$$f(x)=3x+|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} 4x & x\geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{4} \\ 2x & x<0 \quad f^{-1}(x)=\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases} \frac{x}{4} & x\geq 0 \\ \frac{x}{2} & x<0 \end{cases} \xRightarrow{\text{تبدیل}} f^{-1}(x)=\frac{3x}{8}-\left|\frac{x}{8}\right| \Rightarrow \underbrace{\frac{3}{8}}_{a}x\,\cancel{+}\underbrace{-\frac{1}{8}}_{b}|x|$$

$$\Rightarrow ab=\frac{3}{8}\times-\frac{1}{8}=-\frac{3}{64}$$

(7

$$y = \frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(2,-10)} -10 = \frac{10}{m+2} \Rightarrow \underline{m = -3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+4}{x-3} \underset{\text{عوض کردن x و y و علامت ده}}{\overset{\text{وارون}}{\Rightarrow}} \frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + f(x)$$

$$\Rightarrow \frac{3x+4}{x-3} \cancel{+x} = \cancel{x}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+4}{x-3} = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{4}{3}}$$

نیمساز ناحیه اول و سوم $\Rightarrow y = x$

(8 حتماً با [illegible]

$$x \xrightarrow{\times 2} 2 - g(x) = f(3-4x) \Rightarrow g(x) = 2 - f(3-4x) = t$$

$$\Rightarrow f(3-4x) = 2 - t \Rightarrow f^{-1}(2-t) = 3 - 4x \Rightarrow x = \frac{3 - f^{-1}(2-t)}{4}$$

$$\Rightarrow g(x) = t \Rightarrow g^{-1}(t) = x \Rightarrow g^{-1}(t) = \frac{3 - f^{-1}(t)}{4}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{3 - f^{-1}(2-x)}{4} \Rightarrow 4g^{-1}(x) = 3 - f^{-1}(2-x) \Rightarrow 4g^{-1}(x) + f^{-1}(2-x) = 3$$

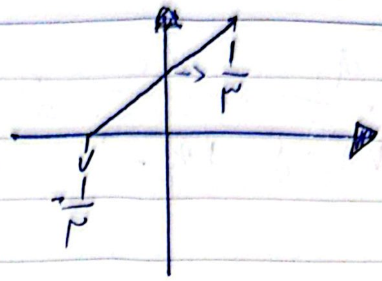
$$\Rightarrow 4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 3$$

با کمک [illegible]

«آروین خالق زاده»

۱)

$2y = 3x - 1 \Rightarrow y^{-1} = f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow$

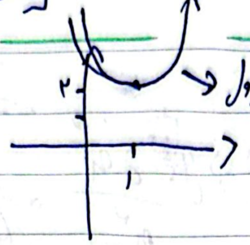



$\Rightarrow$ مساحت $= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

۲)

الف) $= x^2 - 2x + 3$

$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow$ , $x = [1, +\infty)$




$D_{f^{-1}} = R_f = [2, +\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = y^2 - 2y + 3 \Rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \Rightarrow \pm\sqrt{x-2} + 1 = y$

غ ق ق

$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \in [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

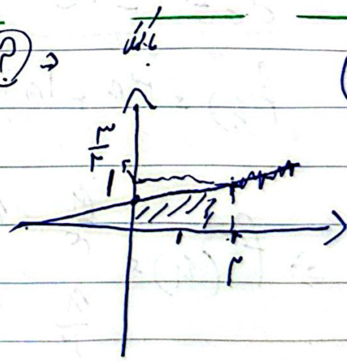
$x = [6, +\infty)$

دقیقا همون قبلیه ولی دامنه متفاوته

۳)

$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - \underbrace{|2x - 4|}_{}$ ? $\Rightarrow$

وارون پذیر است وقتی که $x = (-\infty, 2]$




$\Rightarrow 2x - |2x - 4| = 4x - 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} \Rightarrow$

$x \leq 2$

مساحت $= \frac{(1 + \frac{3}{2}) \times 2}{2} = \frac{5}{2}$

۹)

$$y=\frac{5x-13}{1-x}\xrightarrow{\text{قرینه}} y=\frac{5x+13}{x+1}\xrightarrow[\text{۳ واحد پایین}]{\text{۲ واحد راست}}\frac{5x+3}{x-1}-3$$

$$\Rightarrow\frac{2x+6}{x-1}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}\Rightarrow\frac{x+6}{x-2}=\frac{2x+6}{x-1}$$

$x^2+5x-6=2x^2+2x-12\Rightarrow x^2-3x-6=0\Rightarrow$ مجموع $=-\frac{b}{a}=\boxed{3}$

۱۰) داریم

$$y=x+4[x]\Rightarrow y=x+4[x]$$

$$[y]=5[x]\rightarrow\frac{1}{5}[y]=[x]\Rightarrow y=x+\frac{4}{5}[y]$$

$$\rightarrow x=y-\frac{4}{5}[y]\Rightarrow\left(\left(y=x-\frac{4}{5}[x]\right)\right)$$

$$(f-g)(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]\Rightarrow(f-g)(x)=\frac{24}{5}[x]$$