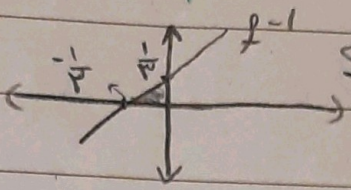


دوازده سبب کلیدی

به نام آنگل (حالت حرکت آنگل)

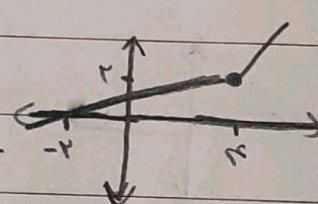
صالح صالح

1 $f^{-1}(n) \Rightarrow 2n = \frac{1}{3}y - 1 \Rightarrow y = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}$  $S = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

2 الف $\frac{n}{5} = \frac{-b}{\frac{1}{5}} = \frac{2}{5} = 1 \rightarrow$ بازه $(-\infty, 1]$ یا $(1, +\infty)$ $y = x^2 - 2x + 1 + 2 =$ یک به یک است

$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow x = (y-2)^2 + 2 \rightarrow \pm\sqrt{y-2} + 1 = x$ $D_f = [1, +\infty) = R_{f^{-1}}$ مقدار منفی غیر قابل قبول $y = \sqrt{x-2} + 1$ $D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$

ب $y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow x = (y-2)^2 + 2 \rightarrow y = \pm\sqrt{x-2} + 1$ $D_f = R_{f^{-1}} = [2, +\infty)$ مقدار منفی غیر قابل قبول $y = \sqrt{x-2} + 1$ $D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$ $\sqrt{x-2} + 1 \geq 2 \rightarrow \sqrt{x-2} \geq 1 \rightarrow x \geq 3$

3 $D_f = 19 - 19n + 14n^2 \geq 0 \rightarrow x^2 - 14x + 19 \geq 0$ $f(n) = 2n - |n-2|$ 

$f(n) = \begin{cases} n+2 & n \geq 2 \\ 2n-2 & n < 2 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(n) = \begin{cases} n-2 & n \geq 2 \\ \frac{n}{2} + \frac{2}{n} & n < 2 \end{cases}$ $S = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

4 $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$\rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \rightarrow$ جواب قرینه داشته باشد

$x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}} = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

5 با توجه به شواهد 1-1 بودن، هر کدام از ضابطه ها در دامنه خود 1-1 اند (مثلاً در بازه مثبت) حال متناهی برداش (انتگرال) داشته باشد به ازای $x=2$ باید ضابطه یابی کوچکتر از بالایی باشد:

$-x + k > 1 + 3k \rightarrow -12 > 2k \rightarrow k < -6$

$$f(n) = \begin{cases} 2n & n \geq 0 \\ 2n & n < 0 \end{cases}, f^{-1}(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}n & n \geq 0 \\ \frac{1}{2}n & n < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}, f(n) = \frac{2}{n} \Rightarrow \frac{1}{n} |n| \text{ برای } n \neq 0$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow \frac{9+x}{x+2} \Rightarrow m = -3 \Rightarrow f(m) = \frac{2m+2}{m-3} \xrightarrow{a=-1} \text{نسبت به } x \text{ (نسبت اول تقارن)} \quad (7)$$

$$f^{-1}(n) = \frac{2n+2}{n-3} \quad \text{Let } L = f^{-1} \Rightarrow L(f(m)) = \frac{2\left(\frac{2m+2}{m-3}\right)+2}{\frac{2m+2}{m-3}-3} = \frac{\frac{4m+4}{m-3}+2}{\frac{2m+2-3m+9}{m-3}} = \frac{\frac{4m+4+2m-6}{m-3}}{\frac{-m+11}{m-3}} = \frac{6m-2}{-m+11} = 2$$

$$\text{Let } L^{-1} f^{-1}(m) = x \Rightarrow \frac{2m+2}{m-3} + x = x \Rightarrow \frac{2m+2}{m-3} = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{m-3}$$

(8)

$$\text{ترتیب} \rightarrow \left(\frac{-2n-13}{n+1} \right) = \frac{2n+13}{n+1} \rightarrow \frac{2(n-3)+13}{(n-3)+1} - 2 = \frac{2n+9}{n-1} = f(n) \quad (9)$$

$$f^{-1}(n) = \frac{n+9}{n-5} = \frac{2m+9}{m-1} \Rightarrow n^2 + 2n - 9 = 2m^2 + 2m - 1 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0 \Rightarrow \text{مجموعه حلال} \Rightarrow \frac{-(-2)}{1} = \frac{2}{1} = 2 \text{ و } \frac{-(-2) \pm \sqrt{4+36}}{1} = \frac{2 \pm \sqrt{40}}{1} = 2 \pm 2\sqrt{10}$$

$$f(n) = n + r[n] \rightarrow f^{-1}(n) \rightarrow x = y + r[y] \rightarrow y = x - r[y]$$

$$n = y - r[y] \xrightarrow{\text{برگشت از دایره}} [n] = [y - r[y]] \Rightarrow [n] = [y] - r[y] = -r[y] \Rightarrow [y] = \frac{-[n]}{r}$$

(10)

$$g = f^{-1}(n) = x + \frac{r}{2}[n] \rightarrow (f \circ g)(n) = x + r[n] - x - \frac{r}{2}[n] = \frac{1}{2}r[n]$$