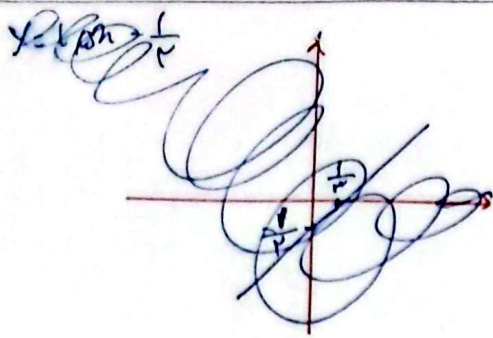




$$\begin{aligned} 2y &= 3n - 1 \\ 2n &= 2y - 1 \quad y = \frac{2n+1}{2} \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

۱
۲

الف) راس سهمی برابر است پس تابع یک به یک است.
 $y = \sqrt{x+1} + 1$
 ضابطه را به دست آوریم
 $y \leftarrow f$ گانه‌ای از f

ب) راس در دایره نیست پس تابع وارون پذیر است.
 $y = (\sqrt{x-1})^2 - 1 \Leftrightarrow x = (y+1)^2 - 1$
 $y = \sqrt{x+1} + 1$

$$D_{f^{-1}} = R_f \cap [4, +\infty)$$

$$D_{f^{-1}} = R_f \cap [2, +\infty)$$

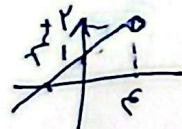
گانه‌ای از f در ضابطه f به دست آمد.

۲
۳

$$f(x) = 2x - \sqrt{16 - (4x + 4x^2)} = 2x - |2x - 4|$$

$$x \geq 2 \rightarrow y = 4 \text{ وارون پذیر نیست}$$

$$x < 2 \rightarrow f(x) = 4x - 4 \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+4}{4} \quad D_{f^{-1}} = (-\infty, 4), R_{f^{-1}} = (-\infty, 2)$$



$$S = \frac{(1+2) \times 4}{2} = 6$$

۴

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 4}} \rightarrow x^2(y^2 - 4) = y^2 \quad y^2 = x^2 y^2 - 4x^2 \quad y^2(1 - x^2) = -4x^2$$

$$y^2 = \frac{-4x^2}{1 - x^2} \rightarrow y^2 = \frac{4x^2}{x^2 - 1} \rightarrow y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 4)^{-\frac{1}{2}} + x(-x(x^2 - 4)^{-\frac{3}{2}}) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4}} - \frac{x^2}{(x^2 - 4)^{\frac{3}{2}}}$$

۵

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + k & \geq 0 \quad x \geq 2 \rightarrow \text{برای } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + k & \leq 0 \quad x < 2 \rightarrow \text{برای } x < 2 \end{aligned}$$

$$-x^2 + 4x + k \geq 1 + 3k \quad -x^2 + 4x + k \geq -x^2 + 4x + 3k \quad -4 \geq 2k \quad -2 \geq k$$

