[illegible] - دوازدهم پسر B　　　　بنام خدا　　　　تکلیف شماره ۱۰

-۱ $f_{(x)}=2y,\ f_{(x)}=2x-1$ $\quad f^{-1}: 2x+1=2y$ $\quad f^{-1}=\frac{2x+1}{3}-1=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\longrightarrow$

$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{12}$

-۲

الف) $y=x^2-2x+3,\ x\in[1,+\infty)$ $\quad -\frac{b}{2a}=1$ (یک‌به‌یک)

$f^{-1}: x=(y-1)^2+2\to y-1=\sqrt{x-2}\to y=\sqrt{x-2}+1$ $\quad D_{f^{-1}}=[2,+\infty)$

ب) $y=x^2+2x+3\to x\in[3,+\infty)$ $\quad -\frac{b}{2a}=1$ (یک‌به‌یک)

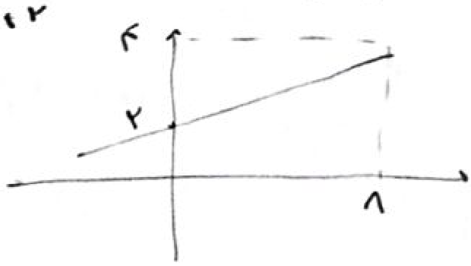
$y^{-1}=\sqrt{x-2}+1\quad x\geq 6\quad R_{f^{-1}}=[6,+\infty)$

-۳ $f_{(x)}=2x-\sqrt{16-4x(4-x)}=2x-\sqrt{4(4-x)^2}=2x-2|4-x|$ $\quad D_f=(-\infty,4]$

ابتدا صعودی است پس یک‌به‌یک

$x\in(-\infty,4]\to f_{(x)}=4x-8\to f^{-1}_{(x)}=\frac{1}{4}x+2$

$R_f=(-\infty,8]=D_{f^{-1}_{(x)}}$ $\quad \frac{6\times 8}{2}=\frac{48}{2}=24$



-۴ $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}}\to\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}}\to x_1^2x_2^2-5x_1^2-5x_1^2=x_1^2x_2^2\to x_1^2=x_2^2$

$x_1=\pm x_2\to x_1=x_2$ یک‌به‌یک　جابه‌جا x,y, $f^{-1}\to x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}}\to y^2=\frac{5x^2}{x^2-1}$

x,y هم‌علامت‌اند　$y=\pm\frac{\sqrt{5x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$ پس مثبت است

٪۵۰ اسکاری

۵-

$$g(x)\begin{cases} x^2-4x+k & x\geq 2 \\ x^2+6x+3k & x<2 \end{cases} \qquad -\frac{b}{2a}=2 \qquad -\frac{b}{2a}=2$$

$$k-4 \leq 3k+8 \to k \geq 6$$

۶-

$$f(x)=3x+|x| \quad \begin{cases} 4x & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases} \qquad f^{-1}(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}x & x\geq 0 \\ \frac{1}{2}x & x<0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{1.5x}{4}-\frac{\frac{1}{2}|x|}{4}=\frac{15x}{40}-\frac{5}{40}|x| \to a=\frac{3}{8},\ b=\frac{1}{8} \qquad ab=\frac{3}{64}$$

۷-

$$f(x)=\frac{3x+4}{x+m} \to f(1)=-1. \to 1+m=3. \to m=-3 \to x\neq 3,\ f(-1.)=2 \to f^{-1}=f$$

$$y=f\circ f^{-1}(x)+f^{-1}(x)=x+\frac{3x+4}{x-3}=x \Rightarrow \frac{3x+4}{x-3}=0 \qquad 3x+4=0 \quad x=-\frac{4}{3}$$

۸-

$$f(3-2x)=2-g\left(\frac{x}{2}\right) \to g\left(\frac{x}{2}\right)=2-f(1-2x) \to g(x)=t \qquad t=2-f(3-4x)$$

$$f^{-1}(2-t)=3-4x \to f^{-1}(2-t)=3-4g(t)^{-1}=3-f(-2)$$

$$g^{-1}(t)=x \to 4g^{-1}(4)=f^{-1}(-2)=3$$

۹-

$$y=\frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow{\text{منفی}} \frac{5x+3}{x-1} \to \frac{5x+3}{x-1}-3=\frac{5x+3-3x+3}{x-1}=\frac{2x+6}{x-1}$$

$$f(x)=\frac{2x+6}{x-1} \to f^{-1}(x)=x=\frac{2y+6}{y-1} \to y=\frac{6+x}{x-2} \to f^{-1}(x) \to \frac{6+x}{x-2}=\frac{2x+6}{x-1}$$

$$x^2+5x-6 \to (x-6)(x+1) \to 2x^2+2x-12 \to x^2-3x-6=0 \to -\frac{b}{a}=-\frac{(-3)}{1}=3$$

ادامه سوال

-۱۰

$f(x) = x + ۴[x] \to g(x) = f^{-1}(x) \to x = y + ۴[y] \to y = x - ۴[x] = g(x)$

$[y] = [x + ۴[x]] \to [y] = ۵[x] \to f(x) - g(x) = x + ۴[x] - x + ۴[x] = ۸[x]$