/ / پرهام پیراقی

۱)

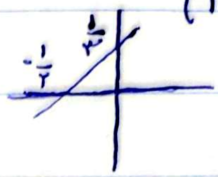
$f(x)=2y$

$f(x)=4x-1$

$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{2}=\frac{1}{12}$

$f^{-1}=3y$

$f^{-1}=\frac{3x+1}{3}-1=\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$



۲) الف)

$y=x^2-2x+3$ و $x\in[3,+\infty)$

$-\frac{b}{2a}=1$ ✓ یک به یک

$f^{-1}: x-(y-1)^2=2$

$\to y-1=\sqrt{x-2} \to y=\sqrt{x-2}+1$

$D_{f^{-1}}\in[2,+\infty)$

ب)

$y=x^2+2x+3 \to x\in[3,+\infty)$ $\quad -\frac{b}{2a}=1$ یک به یک

$y^{-1}=\sqrt{x-2}+1$ $\quad R_{f^{-1}}\in[6,+\infty)$

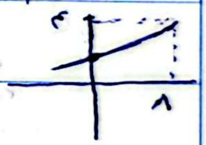
۳)

$f(x)=2x-\sqrt{16-4x(4-x)}=2x-\sqrt{4(4-x)^2}=2x-2|4-x|$

$D_f\in(-\infty,4]$

$x\in(-\infty,4]$

$f(x)=4x-8 \Rightarrow f(x)^{-1}=\frac{1}{4}x+2$ $\quad R_f=(-\infty,8]=D_{f^{-1}(x)}$ $\quad \frac{48}{2}=24$



۴)

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$ $\quad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow x_1^2 x_2^2-5x_1^2=x_1^2x_2^2-5x_2^2 \to x_1^2=x_2^2$

$x_1=\pm x_2 \Rightarrow x_1=x_2$ یک به یک

$f^{-1}: x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \Rightarrow y^2=\frac{5x^2}{x^2-1}$

$y=\pm\frac{\sqrt{5x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$

۵)

$g(x)$ $\quad x^2-4x+4 \quad x\geq 2 \quad -\frac{b}{2a}=2$

$x^2+4x+3x \quad x<2 \quad -\frac{b}{2a}=2$

$4\geq 3k+8 \Rightarrow k\leq 6$

(۶ $f(x)=۳x+|x| \begin{cases} ۴x & x\geq ۰ \\ ۲x & x<۰ \end{cases}$ $\quad f^{-1}(x) \begin{cases} \frac{۱}{۴}x & x\geq ۰ \\ \frac{۱}{۲}x & x<۰ \end{cases}$

$f^{-1}(x) = \frac{۵x}{۴} - \frac{۳|x|}{۱۶} = \frac{۱۵x}{۴۰} - \frac{۵}{۴۰}|x| \Rightarrow a=\frac{۳}{۸} , b=-\frac{۱}{۸} \quad ab=-\frac{۳}{۶۴}$

(۷ $f(x)=\frac{۳x+۴}{x+m} \quad f(x)=-۱۰ \quad ۱۰m-۳۰ \Rightarrow m=-۳$

$\Rightarrow x\neq ۳ ,\ f(-۱۰)=۲ \rightarrow f^{-1}=f \quad y=f\circ f^{-1}(x)=f^{-1}(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$

$=x \Rightarrow \frac{۳x+۴}{x-۳}=۰ \quad ۳x+۴=۰ \quad x=-\frac{۴}{۳}$

(۸ $f(۳-۲x)=۲-g(\frac{x}{۲}) \Rightarrow g(\frac{x}{۲})=۲-f(۱-۲x) \rightarrow g(x)=۴$

$f=۲-f(۳-۴x) \quad f^{-1}(۲-t)=۳-۱۰t \rightarrow f^{-1}(۲-t)=۳-۴g(۱)^{-1}=۳-f(-۲)$

$g^{-1}(۱)=x \rightarrow ۴g^{-1}(۴)=f^{-1}(-۲)=۳$

(۹ $g=\frac{۵x-۱۳}{۱-x} \xrightarrow{\text{منفی}} \frac{۵x+۳}{x-۱} \rightarrow \frac{۵x+۳}{x-۱}-۳=\frac{۵x+۳-۳x+۳}{x-۱}$

$=\frac{۲x+۶}{x-۱} \Rightarrow f(x)=\frac{۲x+۶}{x-۱} \Rightarrow f^{-1}(x)=x=\frac{۲y+۶}{y-۱} \Rightarrow y=\frac{۶+x}{x-۲} \Rightarrow$

$f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{۶+x}{x-۲}=\frac{۲x+۱}{x-۱} \Rightarrow x^۲-۵x-۶ \Rightarrow (x-۶)(x+۱) \Rightarrow ۲x^۲-۲x-۱۲ \rightarrow$

$x^۲-۳x-۶=۰ \rightarrow \frac{-b}{a}=-\frac{(-۳)}{۱}=۳$

(۱۰ $f(x)=x+۴[x] \Rightarrow g(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow x=y+۴[y] \Rightarrow y=x-۴[x]=g(x)$

$[y]=[x+۴[x]] \Rightarrow [y]=۵[x] \Rightarrow f(x)-g(x)=x+۴[x]-x$

$+۲۰[x]=۲۴[x]$