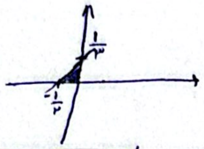
نام و نام خانوادگی ...امیرعلی تنهایی راد....... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس .دوازدهم ریاضی B.........

۱

$$2y = 3x - 1 \Rightarrow 3x = 2y + 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

محل برخورد با محور های مختصات $\Rightarrow f^{-1}(0) = \frac{1}{3}$ $\quad f^{-1}(x) = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$

$f^{-1}(x): \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$

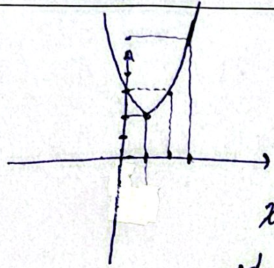


$$S_\Delta = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12}$$

۲

$y = x^2 - 2x + 3$

$S \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$



با توجه به شکل هر در بازه $[1, +\infty)$ و $[3, +\infty)$ یک به یک است.

$$y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \xRightarrow{\sqrt{}}$$

$$x - 1 = \pm\sqrt{y-2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{y-2} + 1 \Rightarrow$$

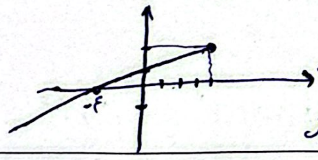
$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-2} + 1$ (منفی غیرقابل قبول) $\Rightarrow \begin{cases} \text{الف)}\ R_{\text{الف}} = [2, +\infty) \quad D_{f^{-1}} = [2, +\infty) \\ \text{ب)}\ R_{\text{ب}} = [6, +\infty) \quad D_{f^{-1}} = [6, +\infty) \end{cases}$

۳

$$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 16x + 4x^2} = 2x - \sqrt{(2x-4)^2} = 2x - |2x - 4| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x \geq 2 \\ \underset{R < 4}{4x - 4} & x < 2 \end{cases}$$

$$y = 4x - 4 \Rightarrow 4x = y + 4 \Rightarrow x = \frac{1}{4}y + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad D_{f^{-1}} = (-\infty, 4]$$

در خط پایینی وارون پذیر است.



$S_{\Delta\,\text{بزرگ}} = \frac{1}{2}(8 \times 2) = 8$

$S_{\Delta\,\text{کوچک}} = \frac{1}{2}(4 \times 1) = 2 \Rightarrow 8 - 2 = 6$

۴

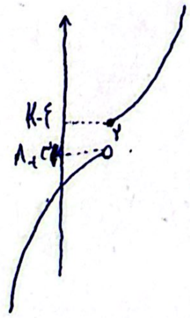
$$y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \Rightarrow$$

$\cancel{x_1^2 x_2^2} - 5x_1^2 = \cancel{x_1^2 x_2^2} - 5x_2^2 \Rightarrow 5x_1^2 = 5x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$ چون هم علامت‌اند $\Rightarrow x_1 = x_2$ یک به یک است

$x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \Rightarrow y^2 = \frac{5x^2}{x^2 - 1} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$ (منفی غیرقابل قبول)

۵

$g(x) =$



$$x^2 - 4x + K \Rightarrow x_s = 2 \Rightarrow y_s = K - 4$$

$$-x^2 + 4x + 3K \xRightarrow{x=2} -4 + 12 + 3K = 8 + 3K$$

$$8 + 3K \leq K - 4 \Rightarrow 2K \leq -12 \Rightarrow K \leq -6$$

$$f(x)=\begin{cases}4x & x\geq 0\\ 2x & x<0\end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x & x\geq 0\\ \frac{1}{2}x & x<0\end{cases}\quad \begin{matrix}a+b=\frac{1}{4}\\ a-b=\frac{1}{2}\end{matrix} \Rightarrow 2a=\frac{3}{4} \Rightarrow a=\frac{3}{8},\ b=\frac{-1}{8}$$

$$\Rightarrow ab=\frac{3}{8}\times\frac{-1}{8}=\frac{-3}{64}$$ ۶

$$f(2)=-10 \Rightarrow \frac{3(2)+4}{2+m}=-10 \Rightarrow \frac{10}{2+m}=-10 \Rightarrow 2+m=-1 \Rightarrow m=-3 \Rightarrow f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$$

$$\xRightarrow{a+d=0} f(x)=f^{-1}(x) \qquad y=f\circ f^{-1}(x)+f^{-1}(x)=x+\frac{3x+4}{x-3}=\frac{x^2-3x+3x+4}{x-3}=$$ ۷

$$\frac{x^2+4}{x-3} \Rightarrow y=\frac{x^2+4}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+4}{x-3}=x \Rightarrow x^2+4=x^2-3x \Rightarrow 3x=-4 \Rightarrow x=\frac{-4}{3}$$

$$2-g\left(\frac{x}{2}\right)=t \Rightarrow g\left(\frac{x}{2}\right)=2-t \Rightarrow g^{-1}(2-t)=\frac{x}{2} \Rightarrow x=2g^{-1}(2-t)$$

$$f(3-2x)=t \Rightarrow f^{-1}(t)=3-2x \Rightarrow f^{-1}(t)=3-2\left(2g^{-1}(2-t)\right)=3-4g^{-1}(2-t)$$

$$4g^{-1}(2-t)+f^{-1}(t)=3 \xRightarrow{t=-2} 4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3$$ ۸

---

x و y را قرینه می‌کنیم $\Rightarrow -y=\frac{-5x-13}{1+x} \Rightarrow y=\frac{5x+13}{1+x} \Rightarrow \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\frac{5x+3}{x-1}$

$$\Rightarrow \frac{5x+3}{x-1}+\frac{-3x+3}{x-1}=\frac{2x+6}{x-1}$$ ۹

محل برخورد یک تابع هموگرافیک با معکوسش همان نقطه برخورد تابع با خط $x=y$ است

$$\frac{2x+6}{x-1}=x \Rightarrow 2x+6=x^2-x \Rightarrow x^2-3x-6=0 \qquad \frac{-b}{a}=\frac{+3}{1}=+3$$

$$y=x+4[x] \Rightarrow x=y+4[y]$$

$$[x]=[y+4[y]] \Rightarrow [x]=5[y] \Rightarrow [y]=\frac{1}{5}[x] \Rightarrow y=x-\frac{4}{5}[x] \qquad f^{-1}(x)=g(x)$$ ۱۰

$$f(x)-g(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]=\frac{20}{5}[x]+\frac{4}{5}[x]=\frac{24}{5}[x]$$