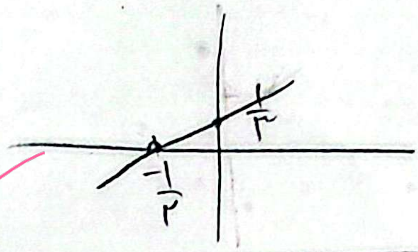
نوید امینی ـ کلاس الف ۱۰

۲۰ آفرین

۱ـ

$f(x)=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ $\quad f^{-1}(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

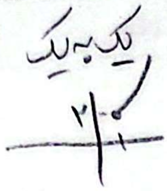
$+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$



۲

۲ـ ۲

الف) یک به یک

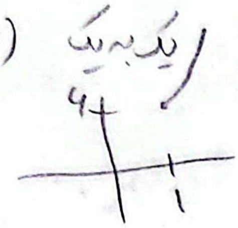


$y=(x-1)^2+2 \to y-2=(x-1)^2 \to \sqrt{y-2}=|x-1|$

$\xrightarrow{x\geq 1} \sqrt{y-2}=x-1 \to x=\sqrt{y-2}+1 \to f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$

$x\geq 2$

ب) یک به یک



$y=(x-1)^2+2 \longrightarrow f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$

$x\geq 6$

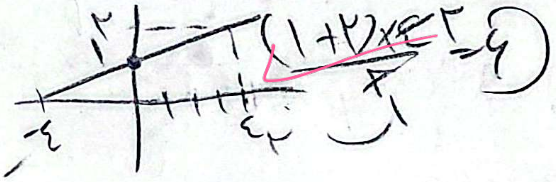
۳ـ

$f(x)=2x-\sqrt{4x^2-16x+16} \to f(x)=2x-\sqrt{(2x-4)^2}=2x-|2x-4| \begin{cases} x\geq 2 & +4 \\ x<2 \to 4x-4 \end{cases}$

$f(x)=4x-4 \quad x<2$

$f^{-1}(x)=\frac{x+4}{4} \quad x<4$

$\frac{x}{4}<1$



$\frac{(1+2)\times 4}{2}=6$

۲

۴ـ

$y_2=y_1 \quad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \to \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5} \to \cancel{x_1^2x_2^2}-5x_1^2=\cancel{x_1^2x_2^2}-5x_2^2$

$x_1^2=x_2^2 \to |x_1|=|x_2|$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}}$

$\geq 0 \qquad \geq 0 \longrightarrow x_1, x_2 \to$ هم علامت $\to x_1=x_2$

$y^2=\frac{x^2}{x^2-5} \to x^2=\frac{5y^2}{y^2-1} \to |x|=\frac{\sqrt{5}|y|}{\sqrt{y^2-1}} \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{x و y هم}} x=\frac{\sqrt{5}y}{\sqrt{y^2-1}} \to f^{-1}(x)=\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2-1}}$

۲

۵- $x=2 \begin{cases} 4-8+k \\ -4+12+3k \end{cases} \rightarrow -4+k \geq -4+12+3k$

$-2k \geq 12$

$k \leq -6$

۲

۶- $f\begin{cases} 4x & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases}$ $\quad f^{-1}\begin{cases} \frac{x}{4} & x\geq 0 \\ \frac{x}{2} & <0 \end{cases} \rightarrow \frac{\frac{x}{4}+\frac{x}{2}}{2} - \frac{\frac{x}{2}-\frac{x}{4}}{2}|x|$

$f^{-1}=\frac{3}{8}x-\frac{1}{8}|x| \rightarrow a\times b=\frac{-3}{64}$

۲

۷- $f(2)=\frac{9+4}{2+m}=-1 \rightarrow 1=-2-m \rightarrow m=-3 \rightarrow f(x)=\frac{3x+4}{x-3} \rightarrow f=f^{-1}$

$x+f(x)=x+\frac{3x+4}{x-3}=x \rightarrow \frac{3x+4}{x-3}=0 \rightarrow x=-\frac{4}{3}$

۴

۸- $f^{-1}(f(3-2x))=f^{-1}(2-g(\frac{x}{2})) \rightarrow 3-2\alpha=f^{-1}(-2)$

$2-g(\frac{\alpha}{2})=-2 \rightarrow g(\frac{\alpha}{2})=4$

$g(\frac{\alpha}{2})=4$

$g^{-1}(4)=\frac{\alpha}{2} \rightarrow 4g^{-1}(4)=2\alpha$

$f^{-1}(-2)+4g^{-1}(4)=3-2\alpha+2\alpha=3$

۲

۹- $y=\frac{5x+3}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور}} -\left(\frac{-5x+3}{1+x}\right)=\frac{5x+13}{1+x} \xrightarrow{\text{دو واحد راست}} \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\frac{5x+3}{x-1}$

$\xrightarrow{\text{سه واحد پایین}} \frac{5x+3}{x-1}-3=\frac{5x+3-3x+3}{x-1}=\frac{2x+6}{x-1}$

۲

$f(x)=f^{-1}(x) \rightarrow f(x)=x$

$2x+6=x^2-x$

$x^2-3x-6=0$

$x_1+x_2=\frac{-(-3)}{1}=3$

نوید لطیفی

+۰

$y = x + ۴[x] \rightarrow [y] = [x + ۴[x]] = ۵[x] = [y] \rightarrow [x] = \frac{[y]}{۵}$

$x = y - \frac{۴[y]}{۵} \rightarrow f^{-1}_{(x)} = x - \frac{۴[x]}{۵}$

۲

$\cancel{x} + f[x] - \cancel{x} + \frac{۴[x]}{۵} = \frac{۲۴[x]}{۵} = ۴/۸[x]$

نوید امینی تکلیف ۱۰