۱۹٫۵ صد آفرین :)

Page : (   )

SUBJECT

Year: Month: Day:

سحا دستجانی

شماره تکلیف : ۱۱

(۱) (۲)

الف) به ازای x های [۰،۱] دو تابع f و f^{-1} روی هم می افتند یا برابرند به ازای چه شمار نقطه دو تابع یکدیگر را قطع می کنند

ب) $fof^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{2} \Rightarrow x = 2x - \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$

ولی R_f یا $D_{f^{-1}}$ در $x = \frac{3}{2}$ وجود ندارد.

(۲) نمودار تابع $f(x)$ به صورت الف است که خط $y=x$ محور تقارن آن به شرطی رسم شود،

(۲)

$f(x) = f^{-1}(x) \to fof(x) = fof^{-1}(x) = x$ $5-\sqrt{9}$

$5-\sqrt{9}$

(۳) $f^{-1}(x) = \frac{-(m+3)x+3}{x-m} \Rightarrow f^{-1}(x) = f(x) \to$

(۲)

$\frac{(-m-3)x+3}{x-m} = \frac{mx+3}{x+m+3} \to (-m-3)x^2 + \cancel{3x} - (m+3)^2x + 3m + 9$

$= mx^2 + \cancel{3x} - 9m^2x - 3m \to$

$(-2m-3)x^2 - (4m+9)x + 4m + 9 = 0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = \frac{4m+9}{4m+9} = 1$

۳

$$f(x) = |2x+5| - |5x-2|$$

۲

$$f(x) = \begin{cases} -3x+7 & x \geq \frac{2}{5} \rightarrow \text{نزولی} \\ 7x+3 & -\frac{5}{2} < x < \frac{5}{2} \\ 3x-7 & x \leq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-7}{-3} \qquad x \leq \frac{29}{5}$$

۵

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = 2f(3x) - 1 = y \rightarrow g(x) = y \rightarrow g^{-1}(y) = x \\ 3x = f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow x = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \end{array} \right\} \rightarrow$$

۲

$$g^{-1}(y) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$\left. \begin{array}{ll} a = \frac{1}{3} & c = 2 \\ b = 1 & d = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{2}{3}+0}{2} = \frac{1}{3}$$

۶

۲

$$f(x) = (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \quad ; \quad x \geq 0 \longrightarrow$$

$$y = (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \longrightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{x}+1 \longrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$$

$$\longrightarrow x = y + 2 - 2\sqrt{y+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = x + 2 - 2\sqrt{x+1} \quad x \geq 0$$

Page : (   )　　　　SUBJECT　Year:　Month:　Day:

(۴) چون تابع صعودی است پس نمودار تابع و وارونش را در $y=x$ نیز تقاطع است $f(x)=x$ ← $y=\underbrace{x-1+2^x}_{\text{صعودی است}}$

۲

$x-1+2^x = x \to 2^x = 1 \to x=0$

(۸) $f(x)=x^3+4x \to$ همواره صعودی

۲

$f^{-1}(x) \geq x \to \underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x} \geq \underbrace{f(x)}_{x^3+4x} \to x^3+3x \leq 0$

$x(\underbrace{x^2+3}_{\text{همیشه مثبت}}) \leq 0 \to \boxed{x\leq 0}$

۱٫۵

در ۲ نقطه برخورد دارد

(۹) $f(x) = -(x-\sqrt{x+4}) \to f(x) = -(\sqrt{x+4}-\frac{1}{2})^2+\frac{17}{4}$

$\to R_f = (-\infty, 4]$

$y = -(\sqrt{x+4}-\frac{1}{2})^2+\frac{17}{4} \to \sqrt{-y+\frac{17}{4}} = \sqrt{x+4}-\frac{1}{2} \to$

$\sqrt{x+4} = \sqrt{-y+\frac{17}{4}}+\frac{1}{2} \to x+4 = -y+\frac{18}{4}+\sqrt{-y+\frac{17}{4}} \to$

$y = -x+\sqrt{-x+\frac{17}{4}}+\frac{1}{2} \quad x\in(-\infty,4]$

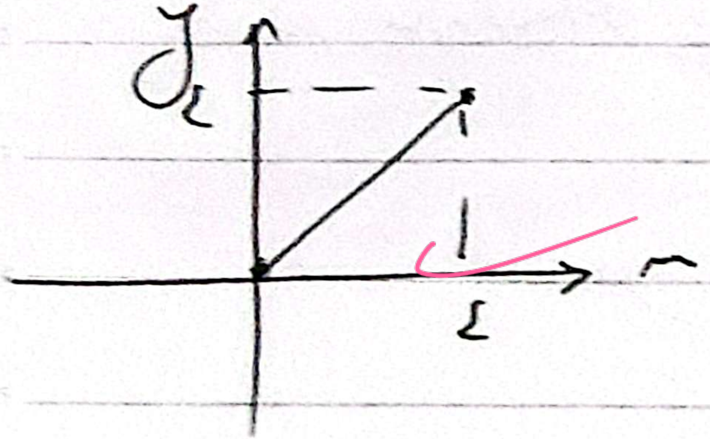
$-x+\sqrt{-x+\frac{17}{4}}+\frac{1}{2} \to$ معادله با $y=-x-4+\frac{1}{2}+\sqrt{-x+\frac{1}{4}} = x-4$

~~$4x^2-2x+\frac{1}{4} = -x+\frac{1}{4}$~~ منتقل می‌شود

$4x^2-2x=0 \to x=0,\ x=\frac{1}{2}$ ← $2x-\frac{1}{2} = \sqrt{-x+\frac{1}{4}}$

Senobar

$f(x) = f^{-1}(x) \Longrightarrow fof(x) = fof^{-1}(x) = x \qquad x \geq 2$ ۱۰



سوال ۹

$f(x) \xrightarrow[\text{نسبت به نیمساز}]{\text{قرینه}} f^{-1}(x) \xrightarrow[\text{چپ}]{\text{۴ واحد}} f^{-1}(x+4) \longrightarrow g(x) = f^{-1}(x+4)$

$g(x) = x - 2 \rightarrow f^{-1}(x+4) = x - 2 \xrightarrow[\text{می‌گیریم } f]{\text{از دو طرف}} x + 4 = f(x-2)$

$-x + 3 + \sqrt{x+1} = x + 4 \rightarrow 2x + 1 = \sqrt{x+1} \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases}$ غ‌ق‌ق

جواب رادیکال منفی

$4x^2 + 4x + 1 = x + 1$

$4x^2 + 3x = 0$