

$$f(x) = x + [x] \xrightarrow{f^{-1}(x)} x = y + [y] \rightarrow [x] = [y + [y]] = [y] \rightarrow [y] = \frac{[x]}{2} \quad (\text{الف - 1})$$

$$\rightarrow \left\{ y = x - \frac{[x]}{2} = f^{-1}(x) \right\} \rightarrow f(x) \cdot f^{-1}(x) \rightarrow x + [x] = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow [x] + \frac{[x]}{2} = 0 \rightarrow \frac{3[x]}{2} = 0$$

$$\rightarrow [x] = 0 \rightarrow x \in [0, 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} f \circ f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2} \\ f \circ f^{-1}(x) = x, x \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \rightarrow x = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow x = \frac{[x]}{2}, \quad \mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f \rightarrow f(x) = \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array}$$

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow \begin{array}{l} \text{مجانبي عكسي: } x = -\frac{b}{c} \\ \text{مجانبي اقصي: } y = \frac{a}{c} \end{array} \rightarrow \frac{a}{c} = -\frac{b}{c} \rightarrow a = -b \rightarrow \text{مجانبي عكسي و اقصي متطابق}$$

$$\rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x \rightarrow f \circ f(8 - \sqrt{4}) = f \circ f^{-1}(8 - \sqrt{4}) = 8 - \sqrt{4}$$

$$f(x) = \frac{mx + n}{x + m + n} \rightarrow \text{معكوفات متبادلة} \rightarrow \text{مجانبي عكسي و اقصي متطابق} \rightarrow f(x) = \frac{mx + n}{x + m + n} \cdot x$$

$$\rightarrow x^2 + mx + nx = mx + n \rightarrow x^2 + nx - n = 0 \rightarrow \text{معكوفات } \alpha, \beta$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{p} = \frac{-n}{-n} = 1$$

$$f(x) = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = |x+1| - |x-1| \rightarrow f(x) = \begin{array}{l} -x+1 \quad x \geq \frac{1}{2} \\ x+1 \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x-1 \quad x \leq -\frac{1}{2} \end{array}$$

$$f(x) = -x+1, x \geq \frac{1}{2} \rightarrow \mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x}{2}, x \leq \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{g(x)+1}{x}$$

$$f^{-1}\left(\frac{g+1}{x}\right) = x$$

مجانبي عكسي و اقصي متطابق

$$f(x) = x + \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x} = t \rightarrow f(x) = t^2 + t = (t+1)^2 - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{x+1} - 1$$

$$\mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f \rightarrow t^2 + t \geq 0 \rightarrow t \geq 0 \rightarrow \text{معكوفات } -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow (-1, -1) \rightarrow R_f = [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{D}_{f^{-1}}(x)$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1, x \geq 0$$

مجانبي عكسي و اقصي متطابق

۱- حل معادله $f(x) = x$ → معادله $x = x-1+x^m$ → تابع $f(x)$ از y معکوس $f^{-1}(y)$ است

مثلاً $f(x) = x \rightarrow x-1+x^m \rightarrow x^m = 1 \rightarrow x = 1$ (چون $x=0$ نیست)

۲- پس اول معادله $f(x) = x$ را حل می‌کنیم. از آنجا که $f(x) = x^3 + x^2$ است، پس معکوس $f^{-1}(y)$ را می‌توانیم پیدا کنیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^3 + x^2 - y = 0$ بنویسیم.

→ $y = \sqrt{x^3 + x^2} \rightarrow f^{-1}(y) = x \rightarrow f(x) = x^3 + x^2 = y$
 معادله $x^3 + x^2 = 0 \rightarrow x(x^2 + x) = 0 \rightarrow x = 0$ (چون $x=0$ است)

همچنین باید بدانیم که برای معادله $f(x) = y$ که معکوس $f^{-1}(y)$ را می‌خواهیم، باید y در دامنه f باشد. در اینجا $f(x) = x^3 + x^2$ است، پس دامنه f تمام اعداد حقیقی است.

پس دامنه f را می‌توانیم به صورت $y = x^3 + x^2$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^3 + x^2 - y = 0$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^2(x+1) = y$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^2 = \frac{y}{x+1}$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x = \sqrt{\frac{y}{x+1}}$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^2(x+1) = y$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x^2 = \frac{y}{x+1}$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم به صورت $x = \sqrt{\frac{y}{x+1}}$ بنویسیم.

کاملاً واضح